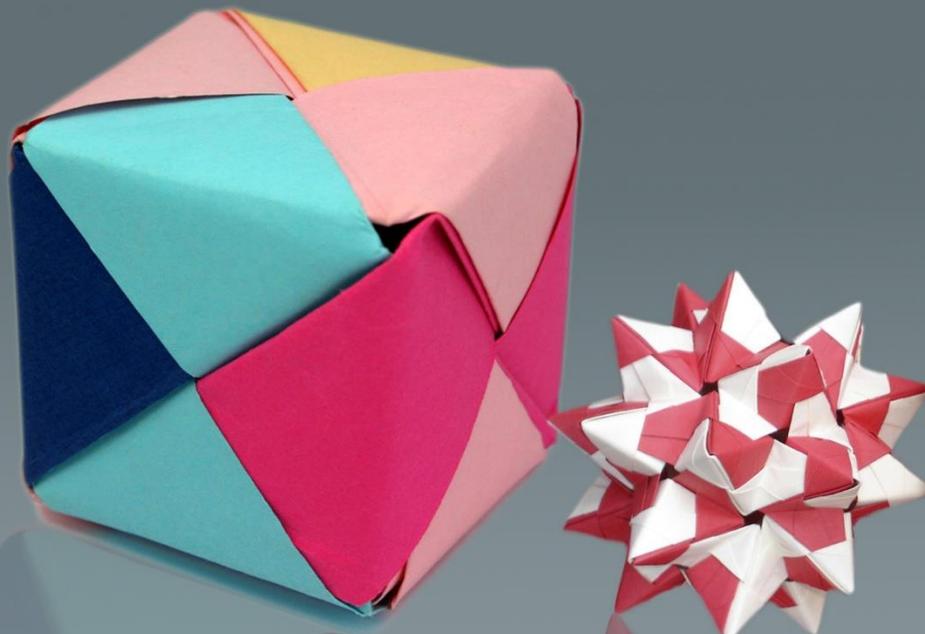


# Revista Electrónica de **INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN EDUCATIVA**



## **Editorial**

La Educación Matemática se ha convertido en los últimos años en un tema de investigación recurrente que ha generado propuestas cada vez más interesantes en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Los resultados de estas investigaciones se han presentado y difundido en los congresos promovidos por organizaciones académicas como la ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), CIAEM (Comité Interamericano de Educación Matemática) entre otras, que han hecho aportaciones muy importantes para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina académica.

También podemos encontrar diversos materiales impresos y digitales que abordan estos temas educativos en donde los educadores y especialistas plantean sus reflexiones y resultados de las investigaciones realizadas, las cuales han ayudado a enriquecer el quehacer docente. En estos materiales se abordan temas de interés pedagógico como: Procesos de Planeación, Metodología para la Enseñanza y el Aprendizaje, Estrategias y Recursos Didácticos, etc., que orientan y facilitan el desempeño de los profesores de matemáticas, pues son parte esencial de los componentes pedagógicos de los Planes y Programas de Estudio vigentes.

Interesados en estos temas, el equipo editorial de la Revista Electrónica de Investigación e Innovación Educativa del CRESUR propone este 2º número enfocado a la Educación Matemática, que además de sus secciones habituales de artículos de investigación, artículos de análisis y reseñas de libros, integra las secciones de entrevistas y recursos audiovisuales.

Esperamos que este número sea de su total interés, pues nuestro objetivo es el de compartir las experiencias, análisis e investigaciones de docentes y estudiosos interesados por la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, a fin de contribuir en la construcción del conocimiento y solución de problemáticas tanto en el aprendizaje como en su práctica y enseñanza.

**Mtro. Pedro Antonio Pérez Pérez**

Editor invitado

## **Directorio**

Dr. José Humberto Trejo Catalán  
**Rector**

Mtro. Ricardo Paniagua Rodas  
**Secretario Académico**

C.P. Irving Vega Estribi  
**Secretario Administrativo**

-----  
**Editor**  
Víctor del Carmen Avendaño Porras

**Editor Invitado:**  
Pedro Antonio Pérez Pérez

**Equipo Editorial**  
María Isabel Llaven Aguilar.-Armando Lozano Rodríguez.-Nery Pérez Jiménez

**Consejo Editorial**  
Andrés Correal, Universidad de Boyacá – Colombia  
José Zorrilla, Universidad Autónoma de Chiapas - México  
Gunther Dietz, Universidad Veracruzana - México  
Monica Casalet, Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales  
Irma María Flores Alanís, Instituto Latinoamericano de Comunicación Educativa  
Ángel López Montiel, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey - México  
Leticia Pons Bonals, Universidad Autónoma de Chiapas - México

**Diseño y Asesoría Técnica**  
Andrés Jerónimo Pérez Gómez  
Rolando Darinel Maza Escobar

Publicación arbitrada por el Comité Editorial del Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa

-----  
Revista Electrónica de Investigación e Innovación Educativa (REIIE), Año 1, No. 2, julio a septiembre de 2016, es una Publicación trimestral editada por el Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa, Carretera Municipal Tecnológico – Copalar km 2200, Comitán de Domínguez, Chiapas, C.P. 30037, teléfono 019636366100, [www.cresur.edu.mx](http://www.cresur.edu.mx), contacto@cresur.edu.mx. Editor Responsable: Víctor del Carmen Avendaño Porras, teléfono 019636366100, victor.avendano@cresur.edu.mx. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo: en trámite, ISSN: 2448-556X, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este Número, Departamento de Redes y Sistemas, Ing. Jorge Luis Méndez Córdova, Carretera Municipal Tecnológico – Copalar km 2200, Comitán de Domínguez, Chiapas, C.P. 30037, fecha de última modificación, 30 de junio de 2016.

-----  
**Contacto:** [victor.avendano@cresur.edu.mx](mailto:victor.avendano@cresur.edu.mx), 01 963 636 61 17 Ext. 238

## Tabla de Contenidos

Editorial	2
Directorio	3
<b>Artículos de investigación</b>	
El papel de los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria desde la perspectiva de los profesores <i>Mario Martínez Silva, Oliver Mandujano Zambrano, Luis Alberto Vega Gómez y María Isabel Llaven Aguilar</i>	5
<b>Artículos de análisis</b>	
Posibilidades y limitaciones para la introducción del pensamiento computacional en la educación básica <i>Rodrigo Duda, Sani de Carvalho Rutz da Silva, Cleverson Sebastião dos Anjos y Roger Adriano Bressani Mazur</i>	31
La esencia del pensamiento divergente en la resolución de problemas del contexto real, aplicando recursos tecnológicos “Software Libre” para la enseñanza de las Matemáticas en los Centros EMSaD del Estado de Chiapas. <i>David Salomón Gómez Sánchez</i>	42
Tecnología: implicaciones en la enseñanza matemática <i>Juan Antonio Gómez Sánchez</i>	51
Educación matemática y tecnologías empleadas para la enseñanza de las matemáticas <i>Kelvin López Aguilar y Jesús Ángel López Sánchez</i>	56
<b>Entrevista</b>	
Entrevista al Dr. Carlos Calvo, de la Universidad de la Serena, Chile <i>Víctor del Carmen Avendaño Porras</i>	67
<b>Reseña</b>	
Presentación del libro: <i>5 prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas</i>	75
<b>Recursos audiovisuales</b>	
Ponencia: Grandes Retos de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica <i>Lourdes Figueiras Ocaña</i>	78

# El papel de los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria desde la perspectiva de los profesores

*Mario Martínez Silva*  
[mario.martinez@cresur.edu.mx](mailto:mario.martinez@cresur.edu.mx)

*Oliver Mandujano Zambrano*  
[oliver.mandujano@cresur.edu.mx](mailto:oliver.mandujano@cresur.edu.mx)

*Luis Alberto Vega Gómez*  
[luis.vega@cresur.edu.mx](mailto:luis.vega@cresur.edu.mx)

*María Isabel Llaven Aguilar*  
[maria.llaven@cresur.edu.mx](mailto:maria.llaven@cresur.edu.mx)

## Resumen

Los problemas tienen un papel muy importante en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la educación básica. Ya sea para contextualizar el aprendizaje de nuevos conceptos o habilidades matemáticas o como medio para la aplicación de los conocimientos matemáticos aprendidos, plantear y resolver problemas es una tarea muy común en la clase de matemáticas. En este artículo se identifican y analizan las concepciones de un grupo de profesores sobre el uso de los problemas en la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Así mismo se caracterizan los problemas que los profesores proponen para la enseñanza de este contenido. El artículo se enmarca en una investigación más amplia que tuvo como objetivo fundamental analizar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

## Palabras clave

Concepciones, problemas de enunciado verbal, enseñanza de la resta, problemas aditivos

## Introducción

La importancia que tiene el planteamiento y la resolución de problemas en la educación matemática elemental es un acuerdo generalizado entre la comunidad de educadores. La resolución de problemas es, al mismo tiempo, un medio y un fin para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, un eje para desarrollar y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas.

Ya a principio de la década de los noventa el NCTM (1989) proponía como una de las metas sociales para la enseñanza de las matemáticas aprender a resolver problemas, y como una de sus recomendaciones el desarrollo de un currículum con riqueza en situaciones problema en donde los estudiantes tuvieran numerosas y variadas experiencias relacionadas con las matemáticas que les permitieran resolver problemas complejos. Posteriormente, el NCTM (2000) señalaba diversos estándares para la educación matemática en los que se subrayaba la necesidad de que los niños aprendieran diversos significados de las operaciones aritméticas y desarrollaran estrategias formales e informales de cálculo aritmético en el contexto de situaciones o problemas.

Así mismo, los resultados obtenidos en los estudios realizados por Carraher, T.; Carraher D. y Schliemann, A. (1995), parecen confrontar la noción implícita pero tácitamente aceptada en la escuela de que, en primer lugar, debemos enseñar a los niños las operaciones aritméticas aisladas de cualquier contexto, para presentar después esas mismas operaciones en el contexto de problemas. Los estudios realizados por Carraher et al. (1995), subrayan la relación entre la realización de una operación numérica y la actividad o problema en la cual se inserta, y por lo tanto, la necesidad de enseñar la operatoria numérica en el marco de la resolución de problemas.

Sin embargo, como señalan recientemente Arcavi y Friedlander (2007), este aparente acuerdo sobre la importancia de los problemas en la clase de matemáticas, no dice mucho sobre el significado que los problemas y la resolución de problemas tiene para los profesores, formadores de profesores y gestores educativos.

En este artículo retomamos y analizamos los datos recogidos en el contexto de en una investigación más amplia (Martínez, 2003) del posicionamiento de un grupo de profesores de educación primaria sobre el papel que tienen los problema de enunciado verbal en el aprendizaje y enseñanza de la resta; así mismo hacemos una caracterización de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores para la enseñanza de este contenido.

Identificar y analizar el posicionamiento conceptual de los profesores sobre los problemas que proponen en la clase de matemáticas en la escuela primaria, es fundamental para orientar los programas para la formación y el desarrollo profesional del profesorado, retomando sus

concepciones sobre los problemas en la educación matemática y poniendo estas concepciones como elementos para el análisis y reflexión colectiva. Tan importante como la naturaleza de los problemas de enunciado verbal es la manera en la cual estos problemas son concebidos y usados en la clase por los profesores (Depaepe, De Corte y Verschaffel, 2010).

### **Los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de las matemáticas**

Los problemas de enunciado verbal tienen un papel fundamental en el currículum de educación matemática elemental, los profesores utilizan dichos problemas con diferentes finalidades didácticas. Entenderemos por problema de enunciado verbal la amplia variedad de situaciones o problemas propuestos en la clase de matemáticas compuestos típicamente de una estructura matemática incrustada en un contexto más o menos realista y en los que la información se presenta, principalmente, como texto narrativo de manera oral o escrita.

Para Verschaffel, Greer y De Corte (2000) a los problemas de enunciado verbal les ha sido asignado un rol central en el currículum de matemáticas de la escuela elemental, no solo por su potencial para motivar a los estudiantes y para el desarrollo significativo de nuevos conceptos y destrezas matemáticas, sino también para desarrollar en los estudiantes las destrezas de conocer cuándo y cómo aplicar su conocimiento matemático efectivamente en situaciones encontradas en la vida diaria y el trabajo.

De acuerdo con Verschaffel y De Corte (1996), los problemas de enunciado verbal han tenido diferentes funciones: **a)** una función de aplicación, para entrenar a los niños a aplicar el conocimiento matemático formal y las habilidades aprendidas en la escuela a situaciones del mundo real; **b)** como un vehículo para el desarrollo de la capacidad general de resolución de problemas de los estudiantes; **c)** para hacer las lecciones matemáticas más placenteras o motivadoras; **d)** para desarrollar un concepto particular o destreza; por ejemplo para promover una profunda comprensión de las operaciones aritméticas. Estos mismos autores señalan que a pesar de esta larga tradición, al final de la escuela elemental muchos estudiantes no parecen aplicar su conocimiento matemático formal a situaciones del mundo real, no tienen un acceso flexible a las estrategias heurísticas y metacognitivas para atacar problemas no estándar, tienen solo una débil comprensión de las operaciones aritméticas como modelos de situaciones y

parecen tener aversión a las matemáticas en general y a los problemas de enunciado verbal en particular.

Sobre este mismo asunto para Nesher (2000) el fracaso en la resolución de problemas de enunciado verbal tiene dos raíces: **a)** la mayoría de los niños no consiguen entender la esencia misma de la tarea; **b)** para enseñar a los niños qué deben de hacer con los problemas de enunciado verbal y cómo pueden decidir qué modelo matemático adoptar, deberíamos comprender lo que supone esta tarea.

Para Verschaffel et al. (2000); Bergeron y Herscovics (1999); Verschaffel y Decorte (1996); Verschaffel, Greer, Torbeyns (2006) la investigación educativa ha evidenciado cómo la mayoría de los niños de la escuela elemental perciben los problemas de enunciado verbal como artificiales, como tareas rutinarias que no tienen relación con el mundo real, y en consecuencia, abordan los problemas con estrategias superficiales que tiene poco que hacer con los auténticos modelos matemáticos reflexivos del mundo real fuera de la escuela.

El planteamiento y desarrollo de los problemas de enunciado verbal en la escuela se caracterizan por su focalización en la formalización y manipulación de símbolos y por apresurar a los estudiantes en la comprensión de los aspectos conceptuales de una nueva operación aritmética. Como consecuencia, los niños no construyen una rica y profunda comprensión de estas operaciones y de sus vínculos con otras operaciones y con las aplicaciones del mundo real.

Así mismo, Depaepe et al. (2010), Verschaffel, Greer, Torbeyns (2006), señalan que los problemas de enunciado verbal pueden idealmente servir como herramientas para la modelización matemática, las cuales pueden ser vistas como el vínculo entre las dos caras de la matemática esto es, su anclaje con aspectos de la realidad, y el desarrollo de estructuras formales. Sin embargo para estos mismos autores la literatura investigadora sugiere dos relaciones críticas respecto a la naturaleza de los problemas a los que los estudiantes son expuestos en las aulas regulares de matemáticas. Primero, la mayoría de los problemas pueden ser resueltos por una simple y sencilla aplicación de una o una combinación de las cuatro operaciones aritméticas. Segundo, pero relacionado con el anterior, los problemas que son cercanos a los mundos de los estudiantes son extremadamente raros.

En el estudio desarrollado por Depaepe, ob cit. la mayoría de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores son problemas estándar, en los cuales la traducción del modelo situacional en el modelo matemático es simple. Problemas de enunciado verbal “problemáticos” los cuales deberían de estimular a los maestros a dirigir las complejas relaciones entre el modelo situacional y el modelo matemático si uno considera las restricciones realistas de la situación, son raramente tratados. Como consecuencia, y en concordancia con Verschaffel et al. (2000) cuando los estudiantes de educación primaria resuelven un problema de enunciado verbal, simplemente aplican las operaciones aritméticas algorítmicamente sin alguna consideración realista ni el uso de su sentido común. Las creencias de los estudiantes sobre los problemas de enunciado verbal de las matemáticas escolares basadas principalmente en su experiencia con los problemas de enunciado verbal de los libros de texto, apoyan estrategias de resoluciones superficiales y artificiales.

### **Los problemas de estructura aditiva**

Los problemas de tipo aditivo (Vergnaud, 1991), son aquellos problemas cuya solución exige adiciones o sustracciones. Dado el rol que han tenido en la enseñanza de la matemática escolar los problemas de adición y sustracción han sido objeto de estudio y clasificación con base en sus características sintácticas, semánticas y contextuales. Para Mulligan J. & Vergnaud G. (2006), la principal contribución de la investigación en las clasificaciones de los problemas aditivos es que hacen posible estudiar sistemáticamente la comparativa dificultad de las diferentes tareas cognitivas involucradas.

Entre las clasificaciones que han existido en relación a los problemas de tipo aditivo se encuentran las realizadas por Greeno (1978), Carpenter y Moser, (1982), Fuson (1992), Nesher (1982), Riley, Greeno y Heller (1983) y Vergnaud (1991).

Una clasificación de problemas, particularmente interesante, es la proporcionada por Vergnaud (1991), para quien existen varios tipos de relaciones aditivas, y en consecuencia, varios tipos de adiciones y sustracciones, distinciones que no se hacen habitualmente en la enseñanza primaria.

Las seis grandes categorías de problemas aditivos propuestas por Vergnaud (1991), son:

- Primera categoría: se componen dos medidas para dar lugar a una medida.  
- Ejemplo: Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. En total tiene 14 canicas.
- Segunda categoría: una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida.  
- Primer ejemplo: Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Ganó 4 canicas. Ahora tiene 11.  
- Segundo ejemplo: Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Perdió 4 canicas. Ahora tiene 3.
- Tercera categoría: una relación une dos medidas.  
- Ejemplo: Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 menos; entonces tiene 3.
- Cuarta categoría: dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.  
- Ejemplo: Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 9. En total perdió 3.
- Quinta categoría: una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.  
- Ejemplo: Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4. Sólo le debe 2.
- Sexta categoría: dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.  
- Primer ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique.  
- Segundo ejemplo: Pablo le debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total.

De acuerdo con Vergnaud (1991), la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría. Las operaciones aritméticas de suma y resta responden a problemas que tienen un mismo tipo de estructura relacional, que aunque están estrechamente vinculadas, deben ser trabajadas y mostradas a los alumnos con su carácter opuesto o recíproco. Además, los problemas de tipo aditivo tienen

diferente nivel de complejidad psicogenética y obligan a los niños a desarrollar diferentes esquemas de representación de las relaciones entre los datos del problema.

La diversidad y la desigual dificultad de los problemas no se debe sólo a su pertenencia a una u otra de las seis clases de problema; otros factores intervienen igualmente (Vergnaud 1991): la facilidad o dificultad del cálculo numérico necesario, el orden y la presentación de las informaciones, el tipo de contenido y de las relaciones consideradas, la complejidad de los problemas de tipo aditivo varía en función no sólo de las diferentes categorías de relaciones numéricas, sino también en función de las diferentes clases de problemas que se pueden plantear para cada categoría.

Para Verschaffel y De Corte (1996), Bergson y Herscovics (1999); las investigaciones que han analizado el nivel de dificultad de los diferentes tipos de problemas de enunciado verbal de adición y sustracción han demostrado que estos distintos tipos de problemas difieren significativamente en términos de nivel de dificultad, el tipo de estrategias que los niños usan para resolver estos problemas y la naturaleza de sus errores.

### **Objetivos y preguntas de investigación**

El estudio tuvo como objetivo analizar el posicionamiento conceptual de un grupo de profesores de educación primaria sobre el uso de los problemas en la enseñanza de la resta, un contenido elemental del currículum de matemáticas para la educación primaria. Pretendemos, de esta manera aportar información “desde la perspectiva de los profesores” en relación a temas fundamentales del currículum de matemáticas de educación primaria que orienten los programas para su formación y desarrollo profesional en el área.

El estudio pretende responder “desde la perspectiva de los profesores” a las siguientes preguntas:

- ¿Qué importancia tiene el planteamiento y la resolución de los problemas en la enseñanza de la resta?
- ¿En qué momento han de proponerse a la clase?
- ¿Cómo se explican las dificultades de los estudiantes para resolverlos?

- ¿Qué características tienen los problemas de resta que se proponen?

## **Diseño metodológico**

El estudio se enmarca en una investigación más amplia (Martínez, 2003) que tuvo como objetivo fundamental analizar las concepciones de los profesores de educación primaria sobre el aprendizaje y enseñanza de la resta, en particular sobre el papel de la contextualización en este proceso.

En el estudio participaron nueve profesores mexicanos de educación primaria que trabajan en contextos escolares en situación de alta vulnerabilidad.

Para la recolección de datos se diseñaron una estrategia general, que fue la principal fuente de información, y tres cuestionarios que fueron utilizados con carácter complementario. La estrategia general consistió en el desarrollo de un curso de formación profesional basado en el estudio de casos e incidentes críticos del aula de matemáticas. Así mismo se recogió información a través de tres cuestionarios: cuestionario de ponderación, cuestionario de ordenación y cuestionario abierto.

En este artículo retomamos y analizamos algunos datos recabados a través de los cuestionarios sobre los posicionamientos de los profesores en relación al papel de los problemas en la enseñanza de la resta. A continuación hacemos una breve descripción de los tres cuestionarios utilizados.

- El *cuestionario de ponderación* está conformado por 40 proposiciones que enuncian algunas concepciones que existen sobre el aprendizaje y la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Los profesores han de tomar postura en relación a cada una de las proposiciones (si están totalmente de acuerdo, moderadamente de acuerdo, moderadamente en desacuerdo, totalmente en desacuerdo o indecisos).
- El *cuestionario de ordenación* está conformado por siete proposiciones incompletas, cada una de las cuales puede completarse con cinco frases que se ofrecen como opciones. El profesor ha de enumerar del 1 al 5 cada grupo de proposiciones formadas, asignando el 1 a la de mayor preferencia.

- El *cuestionario abierto* es un instrumento en el que se solicita a los profesores que escriban algunos ejemplos de ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta.

La información recabada a través de los diferentes instrumentos de recogida de datos fue procesada en un primer momento de manera independiente. En un segundo momento se hizo la integración de la información proveniente de las diferentes fuentes identificando y agrupando las ideas de los profesores en diversas categorías que reflejaban sus posicionamientos sobre el papel de los problemas en la enseñanza de la resta.

### **Posicionamientos de los profesores sobre el papel de los problemas en la enseñanza de la resta**

En este apartado se identifican algunos posicionamientos (concepciones) de los profesores participantes en el estudio sobre el papel de los problemas de enunciado verbal en el aprendizaje y enseñanza de la resta en la escuela primaria. Dichos posicionamientos refieren a aspectos como el objetivo principal de la enseñanza de la resta, la función de los problemas, el momento más adecuado del proceso didáctico para utilizarlos, el aspecto más importante que ha de enseñarse, así como el origen o fuente de las dificultades de los estudiantes para resolverlos.

#### *Objetivo principal de la enseñanza de la resta*

El posicionamiento de los profesores sobre el objetivo principal de la enseñanza de la resta fue recogido a través del siguiente grupo de ítems del cuestionario de ponderación:

16. El objetivo principal de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan una técnica eficaz para restar y la apliquen en la resolución de problemas aritméticos escolares.

23. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación.

29. El objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

33. Lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.

Todos los profesores estuvieron totalmente de acuerdo en que el objetivo fundamental de la enseñanza de la resta es que los niños aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana y que lo más importante es que los niños reconozcan qué situaciones o problemas se resuelven con esta operación. Así mismo, cinco de los profesores dicen estar de acuerdo en que lo más importante de la enseñanza de la resta es que los niños desarrollen la habilidad para el cálculo numérico.

### **La función de los problemas en la enseñanza de las matemáticas**

La función que cumplen los problemas en la enseñanza de la resta fue inferida a partir de las respuestas de los profesores a un grupo de ítems del cuestionario de ponderación y a dos de los ítems del cuestionario de ordenación. En el siguiente recuadro se presenta el grupo de ítems del cuestionario de ponderación

- 10. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender.
- 15. La enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para desarrollar en los niños el concepto de la operación.
- 20. Proponer problemas de resta en el aula sirve principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido.
- 30. Debemos evitar plantear a los niños las operaciones numéricas de manera aislada; tratando de relacionarlas con alguna situación o problema.
- 25. Es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas.
- 31. Cuando enseñamos a los niños la resta, deberíamos mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria.

En las respuestas a estos ítems encontramos que todos los profesores estuvieron totalmente de acuerdo en que la enseñanza de la resta a partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana sirve principalmente para motivar a los niños a aprender y mostrar sus aplicaciones en las actividades de la vida diaria, posicionamiento que es coherente con las respuestas relacionadas con el objetivo principal de la enseñanza de la resta presentadas en el apartado anterior. Siete

profesores estuvieron de acuerdo en que es importante relacionar la enseñanza de la resta con los contenidos de otras asignaturas, postura que no aparece reflejada en el tipo de situaciones o problemas planteados por los profesores en el cuestionario abierto como luego se verá en el análisis del tipo de los problemas propuestos por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta.

Cinco de los profesores estuvieron de acuerdo en que los problemas escolares sirven principalmente para que los niños apliquen el procedimiento o técnica para restar que han aprendido. Aquí, parece haber una aparente inconsistencia en las concepciones de los profesores en cuanto al papel de la resolución de problemas en el aprendizaje y enseñanza de la resta.

A través del Cuestionario de Ordenación también se recogió información sobre la función de los problemas en la enseñanza de la resta por medio de un par de ítems el primero de los cuales se presenta en el siguiente recuadro.

- 2.Utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para:
- 2a. Enseñar a los niños a aplicar la resta a situaciones de la vida cotidiana.
  - 2b. Motivar a los alumnos para el aprendizaje de la resta.
  - 2c. Desarrollar el razonamiento matemático de los niños.
  - 2d. Entrenar a los niños en la práctica del cálculo numérico.
  - 2e.Promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

Para los profesores, utilizar problemas o situaciones en la enseñanza de la resta sirve principalmente para motivar a los alumnos en el aprendizaje de la resta y desarrollar su razonamiento matemático. La opción de menor preferencia fue que los problemas permiten promover una comprensión más profunda de la operación de resta.

Así mismo, a través de otro de los ítems del Cuestionario de Ordenación se indagó sobre la preocupación principal de los profesores cuando plantean problemas a sus estudiantes.

5. Cuando planteas un problema o situación de resta lo que más te preocupa es que los niños:
  - 5a. Encuentren la respuesta correcta al problema.
  - 5b. Apliquen correctamente el procedimiento convencional para restar.
  - 5c. Analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo.
  - 5d. Resuelvan el problema aplicando el modelo: datos-operación-resultado.
  - 5e. Se familiaricen con una variedad de situaciones que se pueden resolver con una resta.

La respuesta a este ítem muestra que a los profesores les preocupa fundamentalmente que los niños analicen el problema y utilicen un procedimiento apropiado para resolverlo. En segunda instancia les interesa que los niños se familiaricen con una gran variedad de situaciones que se puedan resolver con una resta. Esta última preocupación parece ser también inconsistente con las respuestas al Cuestionario Abierto, en donde el tipo de problemas que sugieren los profesores para trabajar el tema de la resta son muy estereotipados como se verá posteriormente.

### **El momento de utilizar los problemas**

Los profesores fueron requeridos a expresar su posicionamiento en relación al momento en que deben plantearse problemas en la enseñanza de la resta como punto de partida para el aprendizaje de la resta o como punto de llegada para ejercitar el aprendizaje de las técnicas de cálculo a través de un par de ítems.

2. La enseñanza de la resta debe partir del planteamiento de problemas o situaciones de la vida cotidiana.
3. En el aprendizaje de la resta los niños deben aprender primero a hacer restas y después a aplicar este conocimiento para resolver problemas.

Todos los profesores coincidieron en señalar que la enseñanza de la resta debe de partir de problemas o situaciones de la vida cotidiana y no sólo servir como contexto donde los niños apliquen los procedimientos para restar aprendidos. De la misma manera el posicionamiento de

los profesores sobre este asunto fueron revisados a partir de sus respuestas al siguiente ítem del Cuestionario de Ordenación

4. El momento más apropiado para plantear a los niños problemas o situaciones de resta es:
- 4a. Cuando ya saben hacer restas, para aplicar la operación.
  - 4b. Al empezar a trabajar el tema, para desarrollar el significado de la operación.
  - 4c. En la parte inicial del proceso, como motivación para los niños.
  - 4d. Durante todo el proceso de enseñanza de la resta.
  - 4e. Cuando ya saben hacer restas, para consolidar el significado de la operación.

Encontramos en orden de preferencias las opciones 4d (durante todo el proceso de enseñanza; 4c (en la parte inicial del proceso como motivación para los niños) y en tercer lugar, la opción 4b (al empezar el tema, para desarrollar el significado de la operación). Las opciones de menor preferencia fueron la 4a y la 4e. Los resultados a este ítem son consistentes con el posicionamiento de los profesores en el Cuestionario de Ordenación presentados en los párrafos anteriores.

### **El aspecto más importante del aprendizaje de la resta**

Los profesores fueron cuestionados sobre el aspecto que ellos consideran más importante en la enseñanza de la resta a través del siguiente ítem:

1. El aspecto más importante que los niños deben de aprender sobre la resta es:
- 1a. La representación simbólica de la resta.
  - 1b. El algoritmo convencional para restar.
  - 1c. El significado de la operación.
  - 1d. La resolución de problemas de resta.
  - 1e. Resolver restas con rapidez y exactitud.

Para los profesores, el aspecto más importante que los niños deben de aprender en relación a la resta es en primer lugar, el significado de la operación y, en segundo lugar, la representación simbólica de la resta. Los aspectos menos importantes son la resolución de operaciones con

rapidez y exactitud y el algoritmo convencional para restar. Los profesores dejan en tercer lugar de preferencia, la resolución de problemas de resta. Este último resultado muestra también cierta inconsistencia en relación al posicionamiento de los profesores en los apartados anteriores.

### **El origen de las dificultades para resolver problemas**

El desarrollo de la capacidad para resolver problemas no es lineal, los niños suelen enfrentar dificultades de diferente naturaleza. El posicionamiento de los profesores sobre esa situación se recogió a través del siguiente ítem del cuestionario de ordenación.

6. El éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta depende principalmente de:

6a. El conocimiento del vocabulario utilizado en el problema.

6b. El nivel de dominio del cálculo numérico.

6c. Relacionar adecuadamente los datos del problema.

6d. La experiencia en la resolución de problemas de resta similares

6e. La confianza en los propios procedimientos para resolver problemas.

Para los profesores, el éxito o fracaso de los niños en la resolución de problemas de resta está relacionado en primera instancia con la capacidad del niño para relacionar adecuadamente los datos del problema y en segunda instancia con la confianza del niño en los propios procedimientos para restar, así como con el conocimiento del vocabulario utilizado en el problema. El nivel de dominio del cálculo numérico y la experiencia en la resolución de problemas de resta similares que tienen los niños son consideradas no son tan importantes para explicar el éxito o fracaso de los estudiantes en la resolución de los problemas.

### **Caracterización de los problemas de enunciado verbal propuestos por los profesores**

Como se mencionó anteriormente, a los profesores se les solicitó a través del Cuestionario Abierto escribir algunos ejemplos de ejercicios, problemas o situaciones que utilizarían o utilizan en la escuela primaria para trabajar el tema de la resta. Estos problemas fueron clasificados con

base a: la presentación de la información, contenido, estructura relacional, lugar de la incógnita, palabras clave.

## **Representación de los problemas**

Los problemas, situaciones o ejercicios numéricos propuestos por los profesores se clasificaron de acuerdo al formato de presentación de la información, retomando las siguientes categorías: problemas de enunciado escrito, problemas de enunciado oral, problemas presentados a través de dibujos, ejercicios de cálculo numérico escrito, cálculo mental. Aunque teníamos la idea de que la representación de los problemas/situaciones propuestos por los profesores se correspondería con varias de las categorías señaladas, encontramos que veintiséis de las veintinueve situaciones propuestas por los profesores se ubican en la categoría “problemas de enunciado escrito”, lo que equivale al 89% de las situaciones planteadas. Las tres situaciones restantes son ejercicios de cálculo numérico escrito (11%).

Es interesante observar que todas las situaciones propuestas por los profesores son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos; y cómo el planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación sea oral, gráfica, con dibujos o de manera concreta, están ausentes.

Resultados análogos en este aspecto se obtuvieron durante un estudio preliminar (Martínez 2001), en el que se recogieron un total de 214 situaciones de resta de las cuales el 72.4% fueron problemas, el 19% ejercicios de tipo numérico y el 6.5% otro tipo de situaciones muy generales no relacionadas directamente con la operación de resta.

## **Contenido de los problemas**

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos. Partimos de una clasificación de los problemas previamente elaborada (Martínez, 2001): problemas relacionados con juegos, problemas relacionados con situaciones no escolares, problemas relacionados con situaciones escolares.

La clasificación de los problemas propuestos por los profesores en base a las tres categorías anteriores, nos dio los siguientes resultados cuantitativos:

Contexto/ Contenido de los problemas		
Contenido	No. de Problemas	Porcentaje
Juegos	4	15.4%
Situaciones escolares	3	11.5%
Situaciones no escolares	19	73%

Los problemas relacionados con juegos se refieren a contextos en los que se evoca de manera escrita una situación de juego en donde se pierde o se gana. Hacen referencia casi en su totalidad al tradicional juego de canicas. Algunos ejemplos de problemas propuestos por los profesores, relacionados con esta categoría son:

[...] Luis tiene 185 canicas y perdió en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos. ¿Cuántas canicas les quedaron en total?

En estos dos ejemplos podemos observar cómo la redacción del problema evoca una situación de juego de canicas a través del cual se pretende contextualizar la enseñanza de la operación de resta.

La gran mayoría de los problemas propuestos por los profesores evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, animales, coleccionar estampas, etc.

Los problemas que evocan actividades de compra-venta son los más usuales. A continuación se presentan algunos de los problemas propuestos:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20. ¿Cuánto le falta?

[...] Una TV cuesta \$1,520, ¿Cuánto más necesito si sólo tengo \$850?

[...] Mi mamá fue al mercado y compró un kilo de plátanos, éste le costó \$6.00, si pagó con una moneda de \$10.00 ¿Cuánto le sobró?

### Estructura relacional de los problemas

Los problemas propuestos por los profesores fueron clasificados considerando las seis grandes categorías de problemas de estructura aditiva propuestas por Vergnaud (1991). En el siguiente cuadro se presenta una cuantificación del tipo de problemas propuestos por los profesores en el Cuestionario Abierto de acuerdo a las categorías anteriores.

Tipo de problemas aditivos					
1º Categoría	2ª Categoría	3ª Categoría	4ª Categoría	5ª Categoría	6ª Categoría
0	12	13	0	0	0
+1	+1				

Como se puede apreciar en el cuadro, casi la totalidad de los problemas propuestos por los profesores corresponden a la segunda y tercera categoría, es decir, problemas en donde una transformación opera sobre una medida para dar lugar a otra medida y problemas en donde una relación une dos medidas. En un solo caso aparece la primera categoría, pero como parte de un problema complejo, en el que se requiere utilizar dos o más operaciones. Problemas pertenecientes a la cuarta, quinta y sexta categoría, no están presentes.

Por otra parte, en dos casos los profesores proponen problemas complejos en donde aparecen relaciones del tipo 1ª, 2ª categoría (estos problemas están cuantificados en la tabla con el signo +). Llama la atención la ausencia de problemas de resta pertenecientes a la primera categoría (se componen dos medidas para dar lugar a otra medida). Si bien este tipo de problemas suelen ser muy usuales en el primer ciclo de educación primaria para iniciar a los niños en el proceso de aprendizaje de la adición, en el caso de la resta tienen un poco más de complejidad ya que exige

de los niños que dada una de las medidas y la medida compuesta, encontrar la otra medida. Por lo tanto, los profesores utilizan de manera más recurrente problemas aditivos de la segunda categoría; en donde dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida se pide a los niños que encuentren la medida final.

Algunos ejemplos de problemas propuestos por los profesores pertenecientes a la 2ª Categoría son:

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Luis tenía 20 estampas. Si regaló 8 ¿Cuántas le quedan?

[...] En un bote hay 25 canicas y sacaron 15 ¿Cuántas canicas quedan en el bote?

Estas situaciones pueden ser fácilmente representadas a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más simples de resolver. Sin embargo, no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, y como veremos en el siguiente apartado, los profesores no proponen problema de este último tipo.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la 3ª categoría, en los que una relación une dos medidas. La ubicación de algunos de los problemas en esta categoría no es tan sencilla, ya que en algunos casos exige una reformulación del problema. A continuación presentamos algunos ejemplos que ubicamos en esta categoría de problemas:

[...] Rubén quiere comprar un balón de 30 pesos y tiene ahorrados \$20. ¿Cuánto le falta?

[...] Pepe colecciona cajetillas de cerillos. Tiene 12 y quiere tener 25. ¿Cuántas le faltan?

[...] Juan tiene 8 canicas y Pepe 3. ¿Cuántas le faltan para tener las mismas que Juan?

[...] Hugo tiene 18 años y Sergio tiene 6 años menos que Hugo. ¿Cuántos años tiene Sergio?

En la clasificación que hace Vergnaud (1991), el prototipo de problema perteneciente a esta categoría está definido por la relación de comparación (tener más o tener menos) entre dos

medidas. En los problemas propuestos por los profesores, la expresión que relaciona dos medidas “cuánto le falta para tener”, es una relación de igualdad. En otros casos la relación entre los datos numéricos del problema es una relación de comparación.

Como hemos constatado en el análisis del tipo de problemas de resta propuestos por los profesores, los niños son “enseñados” a resolver problemas de resta pertenecientes a la 2ª y 3ª categoría.

### Lugar de la incógnita

Otra de las categorías utilizadas para analizar los problemas propuestos por los profesores es el lugar que ocupa la incógnita en el problema. Nos parece que este análisis es importante en tanto que permitirá hacer algunas inferencias sobre el tipo de cálculo relacional que los profesores están estimulando en los aprendices.

En el cuadro siguiente se presenta una cuantificación de los problemas propuestos por los profesores en función del lugar que ocupa la incógnita en el problema.

Lugar de la incógnita								
Primera categoría Se componen dos medidas para dar lugar a una medida			Segunda categoría Una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida			Tercera categoría Una relación une dos medidas		
Medida (a)	Medida (b)	Medida compuesta	Medida inicial	Transformación	Medida Final	Medida (a)	Relación	Medida (b)
0	0	1	0	1	12	0	12	1

En el cuadro anterior podemos ubicar el lugar de la incógnita en los problemas propuestos por los profesores. En el caso de la primera categoría, la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida compuesta; sin embargo, no se trata de un problema de resta sino de suma y forma parte de un problema complejo.

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos.  
¿Cuántas canicas les quedaron en total?

El problema anterior, tal y como está planteado originalmente, tiene dos partes: un problema de aditivo de la primera categoría que se resuelve a través de una adición y un problema de la segunda categoría que se resuelve a través de una sustracción.

En casi todos los problemas pertenecientes a la segunda categoría la incógnita se ubica en la búsqueda de la medida final, dada la medida inicial y la transformación.

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] Si en la escuela hay 520 lugares para el curso y se inscribieron 425 alumnos ¿Cuántos más pueden inscribirse?

[...] Al camión de sodas le caben 300 cajas de refrescos, si se venden 273 ¿Cuántas faltan de vender?

Sólo aparece un caso en donde dada una medida inicial y una medida final, se plantea la búsqueda de la transformación.

[...] Mary tenía en total 9 pajaritos. Si en la Jaula sólo hay 5 ¿Cuántos se le escaparon?

Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

[...] En el salón de 2° A hay 36 niños, y en el salón de 2° B hay 32 ¿Cuántos le faltan a 2° B para tener el mismo número de alumnos que 2° A?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00 ¿Cuánto me falta para completarlo?

[...] Mi hermano mayor tiene 14 años, yo tengo 7 ¿Cuántos años es mayor que yo mi hermano?

Resultados análogos a los anteriores fueron encontrados durante el estudio preliminar (Martínez, 2001).

## Palabras “clave”

En la mayoría de los problemas propuestos por los profesores son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. Las palabras más recurrentes en el texto del problema que inducen al alumno a utilizar la operación de sustracción son la palabra “faltan” (¿cuánto le falta?), para el caso de los problemas de la tercera categoría; y la palabra “perdió”, para el caso de los problemas de la segunda categoría.

Algunos ejemplos del uso de palabras “clave” en los problemas de enunciado verbal son:

[...] Luis tiene 185 canicas y perdió en el juego 62. ¿Cuántas canicas le quedaron?

[...] Luis tiene 36 canicas y Antonio 36 canicas pero perdieron 24 canicas entre los dos.  
¿Cuántas canicas les quedaron en total?

[...] Luis tenía 25 canicas. Si al jugar perdió 13 ¿Cuántas canicas le quedan ahora?

[...] En un florero hay 15 flores, en otro hay 7 ¿Cuántas flores le faltan al segundo para tener igual número?

[...] Quiero comprar un juguete que cuesta \$48.00, si tengo ahorrados \$25.00.  
¿Cuánto me falta para completarlo?

## Conclusiones

Las ideas de los profesores respecto al uso de los problemas de enunciado verbal en la enseñanza de la resta en la escuela primaria parecen coincidir, en términos generales, con los actuales enfoques para la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000). En general, los profesores atribuyen objetivos utilitarios o pragmáticos a la enseñanza de la resta en la escuela primaria. Para ellos, lo más importante es que los niños reconozcan aquellas situaciones o problemas que se resuelven con esta operación y que aprendan a resolver situaciones o problemas de su vida cotidiana.

Los profesores manifiestan diversas posturas sobre el momento más adecuado para resolver problemas en el proceso de enseñanza de la resta. En general, consideran que los problemas deben de plantearse durante todo el proceso de enseñanza, especialmente durante la parte inicial de éste, para desarrollar el significado de la operación y para motivar a los niños a aprender.

Para los profesores los aspectos más importantes que los niños deben de aprender en relación a la resta son el significado de la operación y la representación simbólica. Cabe mencionar cómo los profesores dejan en tercer lugar de preferencia la resolución de problemas de resta, siendo que es precisamente a través de este proceso que los estudiantes construyen el significado de la operación.

Las situaciones propuestas por los profesores para enseñar a los niños el tema de la resta son referidas a problemas de enunciado escrito y ejercicios numéricos. El planteamiento de problemas y de ejercicios a través de otras vías de representación, sea oral, gráfica, con dibujos, o de manera concreta; está ausente. La ausencia de situaciones matemáticas a resolver utilizando otras formas de representación, tiene consecuencias didácticas importantes ya que, como es señalado por Verschafel y De Corte (1996) y Vergnaud (1991), la representación juega un papel fundamental en el proceso de resolución de los problemas. Por ello, es necesario por un lado, que los niños sean expuestos a situaciones o problemas matemáticos representados a modo de narración oral, escrita, gráfica, con dibujos o de manera concreta y, por el otro, que sean estimulados a utilizar diferentes formas de representación en el proceso de resolución de los problemas. Estos dos aspectos se complementan y permiten a los niños resolver situaciones o problemas muy diversos y a desarrollar estrategias más flexibles de resolución.

Los problemas propuestos por los profesores evocan diferentes contextos o contenidos: juegos, situaciones no escolares, situaciones escolares. La gran mayoría de los problemas propuestos evocan contextos no escolares. Refieren principalmente a situaciones de compra-venta de productos, comparación de edades, a animales, colección de estampas, cerillos, canicas.

El prototipo de problemas de resta que los profesores plantean a los aprendices se ubican dentro de la segunda categoría propuesta por Vergnaud (1991), en la que dada una medida inicial y una transformación sobre esa medida, se le pide a los niños que encuentren la medida final. Estos problemas pueden ser fácilmente representados a través de una acción directa sobre una medida y por lo tanto son más fáciles de resolver. Sin embargo no ocurre lo mismo cuando se varía la incógnita del problema en la búsqueda de la transformación o de la medida inicial. Esta variante

complica la comprensión de las relaciones entre los datos del problema y requiere de un cálculo relacional más elaborado. Por ello, los profesores no proponen problemas con esta variante.

Al igual que los problemas de transformación de medidas, otro amplio grupo de problemas propuestos por los profesores son de la tercera de las categorías propuestas por Vergnaud (1991), en la que una relación une dos medidas.

El estudio del lugar que ocupa la incógnita en los problemas propuestos por los profesores proporcionó resultados interesantes. En los problemas pertenecientes a la segunda categoría, la incógnita se ubica, principalmente, en la búsqueda de la medida final dada la medida inicial y la transformación. Sobre la tercera categoría de problemas aditivos, en todos ellos se plantea encontrar la relación entre las dos medidas.

Subyace en los resultados anteriores la preocupación por presentar a los aprendices un mismo tipo de esquema o estructura en los problemas, evitando plantear problemas más complejos en donde la incógnita no sea la búsqueda de la medida final.

La información obtenida en relación al tipo de problemas que son sugeridos por los profesores para enseñar a los niños a restar tiene repercusiones didácticas importantes, dado el papel fundamental que tiene el planteamiento de problemas en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.

El hecho de que los aprendices sean expuestos sólo a una o dos de las categorías de problemas descritas por Vergnaud (1991), y que el lugar de la incógnita sea generalmente la búsqueda de la medida final en el caso de los problemas de transformación, limita el desarrollo del cálculo relacional de los aprendices y los centra en el aprendizaje del cálculo numérico.

Los profesores consideran necesario el uso de palabras “clave” en los problemas que se proponen en el aula de matemáticas para que los niños aprendan a resolverlos. En la mayoría de los problemas propuestos por ellos, son utilizadas palabras que inducen a los niños a pensar en la operación que deben de utilizar. Las palabras “clave” deben de ser utilizadas, porque le permiten al aprendiz entender y resolver los problemas matemáticos escolares. El

posicionamiento anterior contradice el estudio realizado por Neshier (2000), sobre la relación entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático y quien argumenta que enseñar a solucionar problemas con la ayuda de palabras clave nos aleja del objetivo y que en lugar de centrarse en palabras aisladas se debería de considerar el texto y encontrar las dependencias semánticas que se dan en él.

Las concepciones de los profesores en relación al papel que tiene la representación en la resolución de problemas parece distanciarse del posicionamiento sobre el tema de autores como Vergnaud (1991) y Verschafel y De Corte (1996), quienes subrayan la importancia que tiene una adecuada representación de la situación problema en el proceso de su resolución y, en consecuencia, la necesidad de trabajar con los aprendices la elaboración de una representación de un sistema a partir de una representación en otro sistema (expresiones lingüísticas o enunciados del lenguaje natural, esquemas espaciales en el plano, expresiones algebraicas).

Los resultados del estudio refuerzan la necesidad de impulsar el desarrollo profesional de los profesores de educación primaria en el ámbito de la educación matemática retomando sus posicionamientos sobre el papel de los problemas en general y de los problemas de enunciado verbal en particular en el aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos; ya que, como señalan Carpenter, Fennema, Peterson & Loef (1989), Lamb y Booker (2004), parece haber una fuerte correlación entre el conocimiento base de los profesores sobre los diferentes tipos de problemas y los algoritmos y el desarrollo de las destreza y procesos de los niños para resolverlos. Por otra parte a la luz las aportaciones de este estudio, es necesaria una reconceptualización del rol que los problemas de enunciado verbal pueden jugar en la educación matemática y que como sugiere Verschaffel, et al. (2000), implica adoptar una perspectiva de modelización, concebida esta como un proceso complejo no trivial, ni lineal, para incrementar la riqueza didáctica del intercambio entre los profesores y los estudiantes y hacer más explícitas las reglas del juego de los problemas de enunciado verbal.

## Referencias bibliográficas

- Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM. Mathematics Education*, 39, 355-364.
- Bergeron, J. & Herscovics, N. (1999). Psychology aspects of learning early arithmetic. In Nesher & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition. A research synthesis by the International Group for the psychology of Mathematics Education* (pp-31-52). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Carpenter, T., Fennema, E., Peterson, P. & Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematical Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal*, 26, 499-531.
- Carpenter, T., Moser, M. & Romberg, T. (1982). The Development of Addition and Subtraction. Problem-Solving Skills, en T. Carpenter; M. Moser; M. James: *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*. Laurence Erlbaum Associates Publishers.
- Carraher, T., Carraher, D. y Schiliemann, A. (1995). *En la vida diez, en la escuela cero*. México: Siglo XXI.
- Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel I. (2010). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*. 42 (2). Berlín: Springer.
- Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. En *Handbook on research in Mathematics Teaching and Learning*, pp. 243 -275. New York: Mc Millan Publishing Company.
- Greeno, J. (1978). A study of problem solving. In R. Glasser (Eds.) *Advances in instructional psychology*, 1. Hillsdale N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lamb, J. & Booker, G. (2004). The impact of developing teacher conceptual knowledge on student's knowledge of division. In M. J. Hoines & a. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28<sup>th</sup> PME International Conference*, 3,177-192.
- Martínez, M. (2001). *Concepciones de los profesores de educación primaria sobre la enseñanza de la resta. Construcción y validación de instrumentos*. Tesina. Universidad Autónoma de Barcelona.
- Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

- Mulligan J. & Vergnaud G. (2006). Research on Children's early mathematical development. In Gutiérrez, A. & Boero, P. (Eds.), *Handbook of Research on Psychology of Mathematics Education. Past Present and Future (117-146)*. Rotterdam: Sense Publishers.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*.  
<http://standards.nctm.org/document/index.htm>
- Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. En Carpenter, T., Moser, P. & James, M. (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 25-38). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Nesher, P. (2000). *Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático*. En Gorgorió, N., Deulofeu, J. y Bishop, A. (Coords.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-123). Barcelona: Graó.
- Riley, M., Greeno, J. & Heller, J. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In Ginsburg, H. (Ed.), *The development of mathematical thinking*. Nueva York: Academic Press.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas.
- Verschaffel, I., Greer B. & Torbeys J. (2006). Numerical Thinking. In Gutiérrez A. & Boero P. (Eds.), *Handbook of Research on Psychology of Mathematics Education. Past Present and Future*. Rotterdam: Sense Publishers.
- Verschaffel, I., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Verschaffel, I. & Decorte, E. (1996). Word problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school?. In Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 69-97). London: Psychology Press Publisher.

# Posibilidades y limitaciones para la introducción del pensamiento computacional en la educación básica

*Rodrigo Duda*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná*  
[rodrigo.duda@utfpr.edu.br](mailto:rodrigo.duda@utfpr.edu.br)

*Sani de Carvalho Rutz da Silva*  
*Universidade Tecnológica Federal do Paraná*  
[sani@utfpr.edu.br](mailto:sani@utfpr.edu.br)

*Cleverson Sebastião dos Anjos*  
*Instituto Federal do Paraná – Campus Irati*  
[cleverson.anjos@ifpr.edu.br](mailto:cleverson.anjos@ifpr.edu.br)

*Roger Adriano Bressani Mazur*  
*Instituto Federal do Paraná – Campus Irati*  
[roger.mazur@ifpr.edu.br](mailto:roger.mazur@ifpr.edu.br)

## Resumen

En este trabajo, se discute sobre una propuesta didáctica que posibilite el abordaje del pensamiento computacional en las clases de matemáticas en la educación básica. Se exponen los presupuestos teóricos que amparan en la integración de una herramienta digital constructorista en el proceso de construcción y organización del conocimiento matemático, con reflexiones sobre límites y posibilidades de esa práctica. Se remite al constructorismo, vertiente difundida por Papert, por creerse que la integración de una herramienta computacional en el proceso de enseñanza y aprendizaje es relevante si ésta realmente fomenta subsidios para un cambio significativo en la forma de pensar, expresarse y construir conocimiento.

## Palabras clave

App Inventor, constructorismo, programación visual.

## Introducción

El actual escenario educacional exige nuevas perspectivas para corresponder a los anhelos de una generación discente compuesta por individuos cada vez más ávidos por componentes tecnológicos. Porque están insertados en un contexto en que la tecnología digital es un elemento común en su cotidiano, Prensky (2001) clasificalos como nativos digitales. Mucho más de lo que

apenas estén inseridos en un contexto tecnológico, Prensky destaca que esta generación discente procesa informaciones de una manera singular y característica.

El construccionismo, término acuñado por Papert, se refiere a la forma como el alumno produce conocimiento por medio de la interacción con la máquina. Seymour Papert, pionero en estudios sobre la temática, “considera que el ordenador debe permitir la construcción del conocimiento a través del aprender haciendo y del pensar sobre lo que se está haciendo”. (Campos, 2013, p. 69). Esa afirmación indica que el alumno debe ser sujeto activo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y no solo un mero receptor de conocimiento.

Es notable el deslumbramiento de los adolescentes de la actualidad con relación a recursos tecnológicos. En especial, los ordenadores y dispositivos móviles (*smartphones* y *tablets*) son elementos conocidos por una parte significativa de los estudiantes, siendo utilizados como medio de comunicación, entretenimiento y búsqueda de informaciones vía *web*.

Aunque no sea la solución de todos los problemas educacionales, es importante que la tecnología digital tenga espacio en el ambiente escolar. Un aspecto importante referente al uso del ordenador en el salón de clase, es el hecho de que él representa papel decisivo en la enseñanza de matemáticas, por posibilitar la construcción de modelos virtuales (Mendes, 2009, p. 113). Como herramienta de procesamiento de datos, posibilita el desarrollo de actividades que pueden englobar distintos aspectos. Esas características son destacadas por Borba y Penteadó (2012), que recomiendan que las propuestas pedagógicas enfatizen la experimentación, visualización, simulación, comunicación electrónica y problemas abiertos.

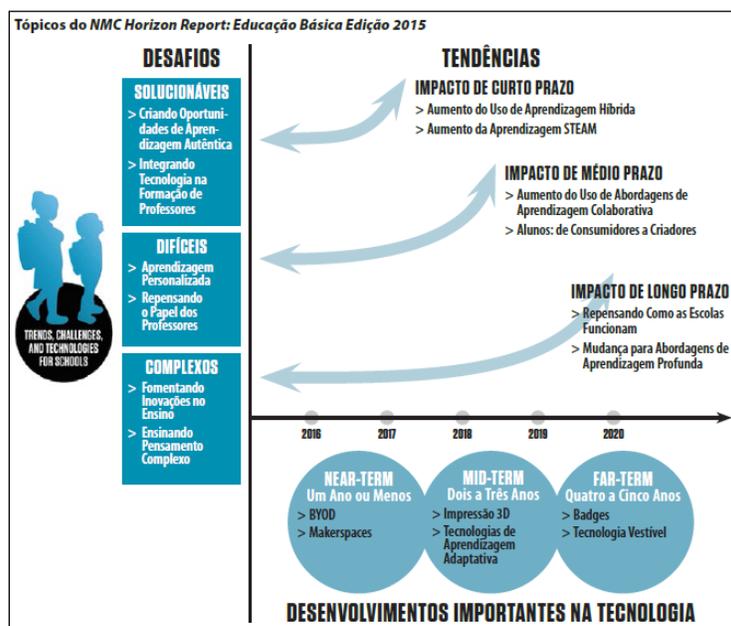
Para eso, es necesario que el docente reflexione sobre la necesidad real de insertar el ordenador en el salón de clase y si eso resultará en la mejoría de la calidad de las actividades desarrolladas (Cox, 2003), bajo el riesgo de que su uso no se relacione con objetivos y competencias que sean adquiridas por los alumnos y no sea efectivamente integrada al proceso de enseñanza, se forme en un simple aderezo. (Giraldo, Caetano & Mattos, 2013).

Considerando estos aspectos, en este trabajo se discute sobre las posibilidades y limitaciones para la introducción del pensamiento computacional en la educación básica por medio de la utilización de una herramienta constructora de desarrollo de aplicaciones: el *App Inventor*.

## El horizonte educacional para los próximos años y la posibilidad de inserir el pensamiento computacional en la educación básica

El horizonte educacional de la educación básica presente en el documento “*NMC Horizon Report: Educação Educacao Basica 2015*” contempla la adopción de tecnología educacional para promoción de aprendizaje colaborativo, aumento del uso de aprendizaje híbrido y aprendizaje STEAM (*Science, Technology, Engineering, Art and Math*), además de cambios para abordaje de aprendizaje profundo. Esas y otras características son clasificadas como posibles de implantación a corto, medio y largo plazo en los próximos 5 años, conforme ilustrado en la Figura 1.

**Figura 1:** Horizonte educacional con adopción de tecnologías previsto para los próximos 5 años



Fuente: NMC *Horizon Report: Edición Educación Básica 2015*

En el documento se presenta una visión consensual de 56 especialistas, convergiendo en una propuesta transformadora en la educación básica por medio de la adopción de tecnología

educacional. Se discute sobre el impacto de la tecnología en el desarrollo de habilidades relacionadas a la política educacional, liderazgo y práctica.

De entre las tendencias de impacto de medio plazo, figura transformación del alumno consumidor de contenido en alumno productor de contenido. Se trata de una propuesta que tiene como objetivo integrar el proceso de producción de materiales en sala de clase, como tutoriales, vídeos y juegos digitales, para formación de una red de compartimento de contenido. Esa práctica permite abordar cuestiones relacionadas a la producción intelectual del alumno, pues al idealizar un material nuevo, el discente pasa a tener responsabilidad y derechos sobre su producción.

Este contexto abre posibilidades para abordaje de una práctica que muchos especialistas han defendido como significativa para desarrollo de la creatividad y optimización en la solución de problemas: el uso de lenguajes de programación y el pensamiento computacional en la educación básica. Aunque haya educadores escépticos con relación a los beneficios que la adopción de lenguajes de programación puede promover en el proceso educativo, hay experiencias en países de primer mundo, como Noruega y Estados Unidos, que evidencian los beneficios que esa práctica puede ocasionar.

Wing (2006) afirma que el pensamiento computacional es una habilidad necesaria a todos los seres humanos, no solo a científicos del área de computación, bajo la justificación de que en la resolución de problemas pueden ser utilizados diversos conceptos de la computación. Según la autora, en el pensamiento computacional se usa la “elección de una representación adecuada para un problema o modelar aspectos relevantes de un problema para tornarlo tratable”. (Wing, 2006, p. 33), es decir, la autora sugiere que “pensar computacionalmente” es una necesidad humana para solucionar problemas en distintos ámbitos.

Filosofía semejante es presentada en la propuesta curricular “CSTA K–12 *Computer Science Standards*”, donde se sugiere no solo utilizarse la programación o el pensamiento computacional, sino también integrar otras habilidades, conforme ilustrado en la Figura 2.

**Figura 2:** Habilidades a desarrollar en computación



Fuente: CSTA, 2011.

En especial, con relación a las matemáticas, se tiene la oportunidad de evidenciar algo que comúnmente es cuestionado por los alumnos: la finalidad y aplicabilidad de determinados temas abordados en el salón de clase. Al utilizarse lenguajes de programación para modelar y simular soluciones de problemas, se evidencia la necesidad de utilización de simbología algebraica para variables e incógnitas.

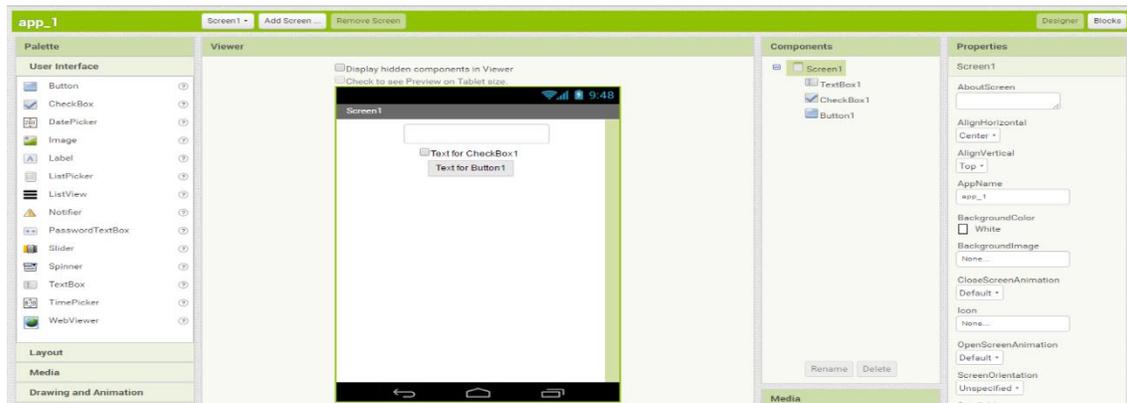
Por tratarse de una práctica que raramente está presente en la formación de profesores, utilizar lenguajes de programación para explotación de elementos y relaciones matemáticas puede convertirse en un desafío aparentemente difícil de superar, con el poco tiempo disponible para que el docente se capacite y pueda poner ese nuevo conocimiento en práctica en sala de clase. Sin embargo, los primeros pasos para implementar el pensamiento computacional pueden ser concretizados por medio de herramientas alternativas, que no necesariamente exijan conocimientos complejos sobre arquitectura de *softwares*, como por ejemplo, el *Scratch* y el *App Inventor*, ambos bajo tutela de profesionales del MIT (*Massachusetts Institute of Technology*).

### **Sobre el *App Inventor* y posibilidades para la educación básica**

El *App Inventor* es una herramienta de desarrollo de aplicaciones para *Android* idealizada con el propósito de democratizar y popularizar el desarrollo de este tipo de *software* entre el público joven, diferenciándose de las demás herramientas de desarrollo de aplicaciones por presentar una interfaz que facilita el entendimiento de estructuras lógicas y por la inexigibilidad de conocimientos previos sobre programación.

La estructuración de aplicaciones es efectuada en dos ambientes distintos. En el ambiente de diseñador es posible desarrollar el *layout* de la aplicación. La elección de elementos que compondrán la aplicación es efectuada por el método *drag-and-droop*, facilitando la organización. En la Figura 3 se ilustra este ambiente de creación.

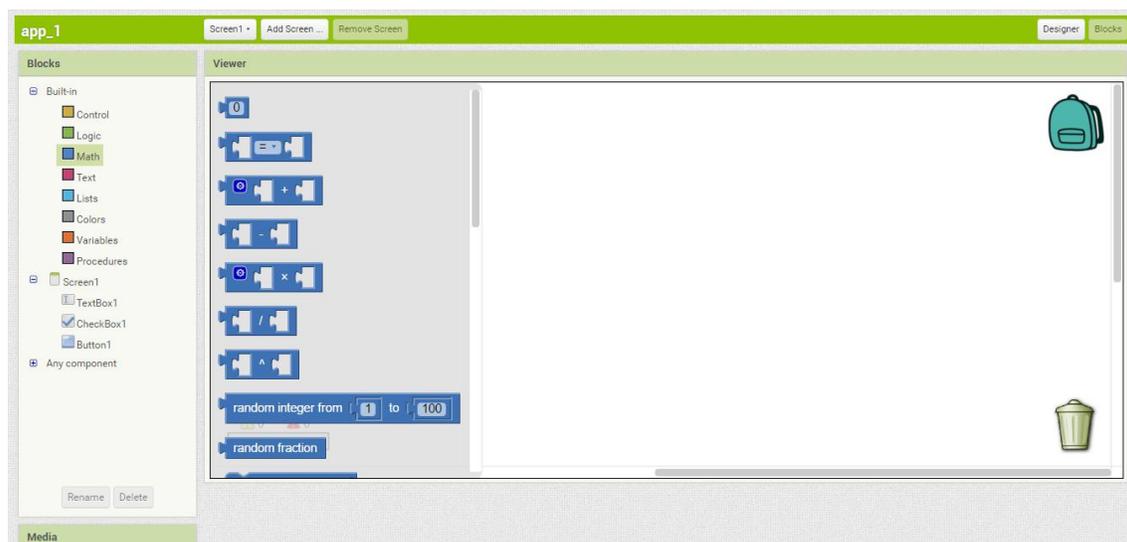
**Figura 3:** Ambiente *Designer* en el *App Inventor*



Fuente: Autores

En el ambiente *Blocks* se editan los comandos para el aplicativo, por medio de la combinación de bloques lógicos con encaje similar a las piezas de un rompe-cabezas (Wolber, 2011). Estos bloques son agrupados por colores, como se muestra en la Figura 4.

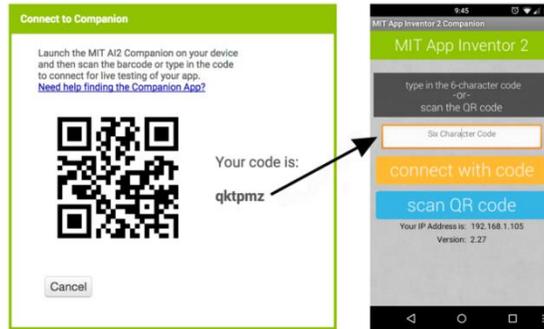
**Figura 4:** Ambiente *Blocks* en el *App Inventor*



Fuente: Autores

El proceso de desarrollo de un aplicativo puede ser visualizado en tiempo real al utilizarse una *tablet* o *smartphone* con conexión en la misma red donde el *notebook* esté conectado. Esa acción es posible por el uso concomitante de la aplicación *AI Companion*. Para que eso ocurra, basta que sea efectuada la lectura de un *QR Code*, proceso ilustrado en la Figura 5.

**Figura 5:** Proceso de lectura de *QRCode* para conexión con el *AI Companion*



Fuente: <http://appinventor.mit.edu/explore/ai2/setup-device-wifi.html>

Este proceso posibilita que el usuario controle las alteraciones y efectúe pruebas de algoritmos aún durante el desarrollo de la versión alfa de una aplicación, sin la necesidad de instalarla en un dispositivo móvil antes del término de su estructuración.

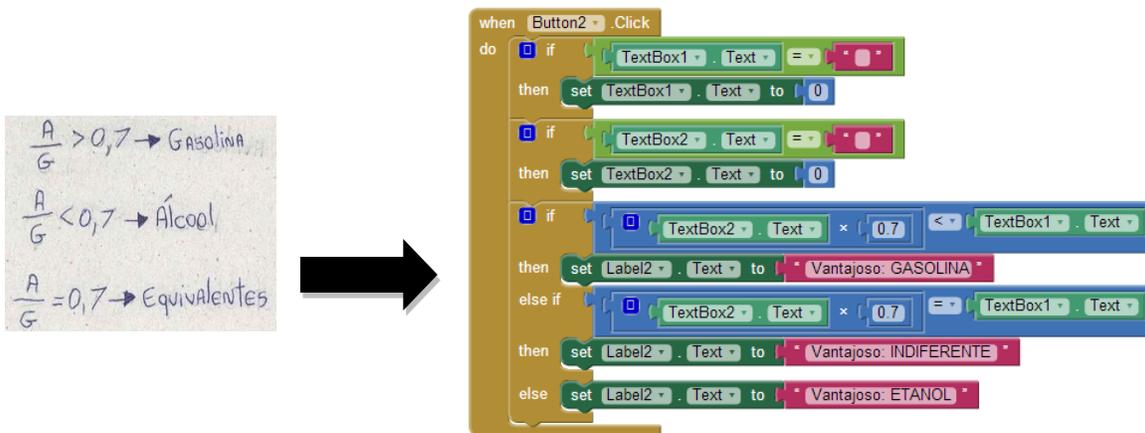
El acto de utilizarse una herramienta de creación de aplicaciones reúne características comunes tanto del pensamiento computacional citado por Wing, como del construccionismo, de Papert. Esa convergencia se origina en el hecho de que sea posibilitada la experimentación concomitantemente con la organización lógica y sólida de conocimientos sobre un determinado objeto de estudio.

En Brasil, es común que propietarios de vehículos *flex* utilicen una regla informal ampliamente difundida para comparar el costo-beneficio de los combustibles etanol y gasolina: se divide el valor del litro de etanol por el valor del litro de la gasolina. Si el resultado es menor de lo que 0,7, es ventajoso abastecer con etanol. Caso contrario, es ventajoso abastecer con gasolina. Esa regla es basada en el hecho de que el rendimiento medio del etanol es cerca del 70% del rendimiento de la gasolina.

Aunque haya un ejemplo trivial, además de la síntesis y organización lógica de informaciones relevantes sobre una situación-problema, se torna necesaria la utilización de descripción algébrica de las posibilidades. Esta característica permite contextualizar el uso de distintas simbologías para modelar un problema de forma genérica.

Se puede averiguar esa organización lógica de informaciones al analizarse la producción discente decurrente del proceso de desarrollo de una aplicación referente a esta temática. Se ejemplifica eso en la Figura 6, donde se ilustra la organización lógica de datos y la posterior implementación en el formato de comandos para ejecución de cálculos en una aplicación vía *App Inventor*, elaborada por un alumno de enseñanza media.

**Figura 6:** Ejemplo de transcripción de informaciones para la programación visual



Fuente: Autores

Se observa que el modelo computacional idealizado por el alumno no contempla apenas las posibilidades inicialmente enumeradas, pero trata también de posibles problemas que eventualmente podrían ocurrir, como la ausencia de datos en “TextBox1” o en “TextBox2”, campos de entrada de datos de los valores del litro de los combustibles deberían ser informados. Otra característica interesante es la transcripción de esas informaciones con formato distinto del inicialmente descrito. Se nota que la comparación entre los valores de los litros de los combustibles fue efectuada por la multiplicación del factor 0,7 por el valor del litro de la gasolina, y no por el cálculo de la razón entre los valores de los litros de los combustibles.

Sin embargo, para que ese tipo de actividad pueda ser desarrollado con éxito, contribuyendo efectivamente para el proceso de atribución de significado para las matemáticas y construcción de conocimiento, es necesario un cambio comportamental tanto del docente como del educando bajo su supervisión. Es relevante que el educando comprenda que el proceso de análisis de una situación-problema no se constituye en la repetición de pasos que serán transmitidos por el profesor. En contrapartida, el profesor debe estar preparado para tratar adecuadamente los eventuales imprevistos que puedan surgir durante el desarrollo de este tipo de actividad.

Se torna necesario un cambio de comportamiento, de forma que el docente adentre en lo que Borba y Penteadó (2012) llaman de “zona de riesgo”, donde el imprevisto impera. Concomitantemente, debe ser estimulada la postura activa y crítica del alumno, de forma que el diálogo entre pares y la argumentación racional sean integrados para presentación de respuestas. Para eso, se sugiere organizar actividades basadas en el ciclo investigación-ideación-prototipo, proceso colaborativo donde:

- a) Los contenidos necesarios para solucionar un problema son alentados por el profesor, que orientará a los alumnos mediante estructuración de un guion de estudios sobre uno o más temas específicos;
- b) El trabajo discente pueda ser organizado en pares, para compartir saberes y discusión de estrategias de solución;
- c) Las soluciones presentadas posibiliten explicitar y compartir diferentes formas de organizar el pensamiento.

Por tratarse de un proceso de creación libre, se espera que el alumno no solo estructure una aplicación, pero efectuara pruebas para averiguación de eventuales errores en el proceso de su estructuración. Errores ocurridos durante este proceso no deben desanimar el alumno, pueden ser, incluso, utilizados como motivadores para el aprendizaje. Es importante que tanto el profesor como el alumno comprendan esos errores como parte significativa del proceso de aprendizaje, de forma que el error no sea encarado como algo negativo, más bien como generador de nuevas discusiones y reflexión sobre el objeto de estudio.

Note que la propuesta de desarrollo de aplicaciones en el salón de clase permite no solo la explotación de temas presentes en el currículum de la educación básica, también contempla parte de las habilidades expuestas como factibles en el horizonte educacional para los próximos años, principalmente en lo que se refiere a la transición del alumno de consumidor a productor.

## **Consideraciones Finales**

Se refuerza que estudios sobre implicaciones del uso de lenguajes de programación en la construcción de conocimiento matemático no es algo reciente, una vez que Papert desarrolló las primeras experiencias con este lenguaje. Luego aún en la década de 50, obteniendo éxito en una época en que la tecnología no era significativamente presente en la sociedad como ocurre en la actualidad.

Conforme a lo indicado en el NMC *Horizon Report*, el panorama educacional del siglo XXI permite que el docente pueda explotar distintas herramientas con el fin de desarrollar la investigación colaborativa en el salón de clase, con objetivo a desarrollar habilidades relacionadas a la autonomía y aprendizaje profundo.

Sin embargo, se vigorece que, aunque la adopción del uso de tecnologías en el proceso educativo formal integre múltiples aspectos de distintas vertientes educacionales y contemple distintos presupuestos teóricos, se debe tener en cuenta que solo utilizar tecnologías en sala de clase no es un factor determinante para la promoción del aprendizaje significativo. Se torna necesario que el profesor elija las herramientas tecnológicas que pretende utilizar con base en objetivos a desarrollar, conforme a lo indicado por Giraldo; Caetano y Mattos (2013).

Otro factor a ser llevado en consideración es la necesidad de la constante actualización docente, que la escasez de políticas públicas para la formación de profesores no limite las necesidades reales del salón de clase. La velocidad con que las tecnologías evolucionan exige un nuevo perfil de profesionales de la educación, de forma que estos puedan acompañar el ritmo con que la generación discente actual busca, procesa e interpreta informaciones.

## Referencias bibliográficas

- Borba, M. de C.; Penteadó, M.G. (2012). *Informática e Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, (Colección Tendências em Educação Matemática, 2).
- Campos, F. R. (2013). Paulo Freire e Seymour Papert: educação, tecnologias e análise do discurso. Curitiba: CRV.
- Cox, K. K. (2003). *Informática na educação escolar*. Campinas: Autores Associados. (Coleção Polêmicas do nosso tempo, 87).
- Giraldo, V; Caetano, P; Mattos, F. (2012). *Recursos Computacionais no Ensino de Matemática*. Rio de Janeiro: SBM (Colección PROFMAT, 06).
- Johnson, L., Adams B. S., Estrada, V., y Freeman, A. (2015). *NMC Horizon Report: Edição Educação Básica 2015*. Austin, Texas: The New Media Consortium.
- Mendes, I.A. (2009) Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. rev. y aum. São Paulo: Livraria da Física.
- Prensky, M. (2001). *Digital Natives, Digital Immigrants*. On the Horizon, v. 9, n. 5, out.
- Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. Communications of the ACM, v. 49, n.3, mar.
- Wolber, D. et al. (2011). *App Inventor: Create your own apps*. Sebastopol: O'Reilly.

# La esencia del pensamiento divergente en la resolución de problemas del contexto real, aplicando recursos tecnológicos “Software Libre” para la enseñanza de las Matemáticas en los Centros EMSaD del Estado de Chiapas.

David Salomón Gómez Sánchez  
Colegio de Bachilleres de Chiapas  
[dsgs\\_25@hotmail.com](mailto:dsgs_25@hotmail.com)

## Resumen

En el presente trabajo subyace una educación matemática que permita a los educandos el desarrollo de sus competencias, estimulando el potencial creativo dentro y fuera del aula, logrando encauzar el interés y la participación en sus respectivas actividades aumentando significativamente aprendizajes permanentes al inducirlos en el maravilloso mundo de las Matemáticas, partiendo desde la indagación del por qué aprender conceptos y cómo se pueden usar los mismos para resolver problemas en contextos reales que trascienden el ámbito del aula, cuyos actos creativos les permita innovar, es decir, permitir la espontaneidad de ideas creativas que estimulen a los educandos para que jueguen con las ideas; creando espacios de aprendizajes a través de la ejecución satisfactoria de los recursos tecnológicos “*software* libre”, que es una alternativa que permite disminuir las barreras de acceso a las TIC a través de una significativa reducción en los costos del software en escuelas de comunidades rurales. Por ello, el desafío de ayudar a los alumnos para que dominen estas habilidades va aumentando, y a medida que aumenta el docente debe adquirir nuevas formas de transmitir la enseñanza de las Matemáticas, y esto a partir de la esencia del pensamiento divergente en las y los alumnos de los Centros EMSaD<sup>1</sup> del Estado de Chiapas.

## Palabras clave

Educación matemática, aprendizajes permanentes, resolución de problemas, recursos tecnológicos, competencias, espacios de aprendizaje, pensamiento divergente.

---

<sup>1</sup> Educación Media Superior a Distancia del Colegio de Bachilleres de Chiapas.

## **Introducción**

La enseñanza de las matemáticas en México, representa un componente sumamente importante en la vida cotidiana, pues es necesario para comprender y analizar la abundante información que nos hacen llegar mediante diferentes entornos contextuales, logrando ocasionar en las personas la iniciativa para generar el tonelaje de pensamiento abstracto, encontrando analogías entre diversos fenómenos, creando el hábito de enfrentar problemas, que inciten a tomar iniciativas impulsando el logro de la confianza frente a muchas situaciones en nuestro andar en lo cotidiano. Sin embargo, se reconoce que no son tan fáciles para su comprensión; puesto que algunos estudiantes en la actualidad se quejan de que no les encuentran el sentido común, considerándolas misteriosas, aburridas y para superar aprobar en muchas ocasiones recurren a la memorización, dejando ir la esencia de la creatividad de las matemáticas.

El desarrollo del pensamiento divergente permite aportar algo a la realidad y la capacidad intelectual del alumno, algo que en los enfoques tradicionales no se abordaba, y en este sentido, la creatividad permite ir más allá de la experiencia y ser de alguna manera revolucionaria. Por ende, el propósito de la presente es producir cambios en los paradigmas de los directores, docentes y alumnos de tal forma que se moldeen esas metodologías y permitan fomentar la creatividad individual y colaborativa que existe en cada uno de las y los alumnos a través de una mentalidad abierta, “el pensamiento matemático requiere de una alta dosis de creatividad, de manera que resolver un problema, es decir, encontrar la solución a un problema o a una tarea para la cual en las estructuras cognoscitivas y operacionales del pensamiento del individuo no hay métodos ni conceptos idóneos, exige innovar o crear” (Rico Romero, 1990).

Por consiguiente, para lograr convertir la información en aprendizajes permanentes se requieren creatividad, razonamiento lógico, capacidad para identificar y resolver problemas contextuales, capacidad de autoaprendizaje y manejo de recursos tecnológicos.

## **La educación matemática en las zonas rurales**

La enseñanza de las matemáticas de nuestros antepasados se consideraba como un mito, inmersa entre las costumbres y las creencias de la antigua escuela, es decir, se basaba en aprender fórmulas y procedimientos únicos, que se repetían, sin lograr ningún un cúmulo de aprendizajes, ni

respuestas contundentes del porqué y para qué se está aprendiendo, era una enseñanza-aprendizaje muy descontextualizado.

A partir de las necesidades actuales en México conforme a lo expuesto en el Acuerdo Secretarial 444 (SEP, 2008) del Marco Curricular Común (MCC) de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS), las cuales se desarrollan programas académicos basados en competencias, con el objeto de actualizar la enseñanza de las matemáticas, ha permitido el aprendizaje a los estudiantes a través de planteamientos de problemas, desarrollando una enseñanza razonada con base en la construcción de procesos de pensamiento, de las relaciones afectivas consigo mismo, el ambiente de aprendizaje y la vinculación que se tiene con el medio social mediante currículos flexibles, pertinentes y verdaderamente contextualizados.

Actualmente el Estado de Chiapas cuenta con el mayor índice de estudiantes en las zonas rurales que urbanas para el Nivel de Educación Media Superior, por ello, es considerable tener en cuenta una oferta de enseñanza en las Matemáticas que proporcionen honestamente al alumno la comprensión del pensamiento lógico matemático, accediendo a dar respuestas divergentes a las situaciones que se enfrenten durante su andar en la vida cotidiana, permitiendo disminuir la preocupación de la deserción y/o fracaso escolar que se ha tenido en los estudiantes de las zonas rurales en los Centros EMSaD, ya sea porque ejecutan actividades que no saben ni pueden desarrollar, pues el mismo docente debe educar al alumno en su cultura, para que durante su proceso formación a partir de esto pueda conocer y comprender otras situaciones, posibilitando de esta forma la articulación flexible entre los contenidos de los planes de estudios y la realidad sociocultural del alumno.

### **Los centros EMSaD y la educación matemática**

El impulso de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (COSDAC, 2015), ha sido la política de mayor relevancia y es el eje que guiará las acciones que se realicen para el logro de los objetivos de calidad y continuidad en las modalidades educativas que se imparten en el Colegio de Bachilleres de Chiapas (Escolarizada, EMSaD, Bachillerato Intercultural y Sistema de Enseñanza Abierta). Nos centraremos en los alumnos de los Centros de Educación Media Superior a Distancia (EMSaD), que es una modalidad educativa mixta, opción que combina estrategias, métodos y recursos, y fundamenta su acción en el empleo de acervos bibliográficos,

videos, proyectores, materiales-recursos didácticos, laboratorio de computo, televisión educativa, microlab y la asesoría grupal e individual. Se ofrecen a comunidades lejanas en las que existe baja densidad de población, que no tienen acceso a la educación por razones económicas y/o que no exista otra alternativa para seguir estudiando, la modalidad de los EMSaD es de lunes a viernes, ubicándose en escuelas secundarias, primarias o mayormente en casas ejidales donde los alumnos reciben asesorías de manera escolarizada, y si existe recursos suficientes por parte de la institución puede que se concentren en instalaciones propias.

En la mayoría de los Centros EMSaD, es sustancial que las actividades didácticas que los docentes planteen deban ser vinculadas con las características del contexto de la comunidad en donde se sitúen los Centros, por lo tanto, a través de esta vinculación motivamos a que el alumno no solamente asistan a la escuela, sino cumpla satisfactoriamente con sus actividades encomendadas de manera más flexible haciéndolos participes en las actividades que se fomenten con la comunidad y así vayan adquiriendo poco a poco las habilidades numéricas.

### **Software libre y la brecha digital en las zonas rurales**

El propietario de los derechos sobre el software libre garantiza a las distintas personas que lo requieran, hacer uso total o parcial de esta herramienta sin necesidad de comprar una licencia, libertades que no otorga el propietario del software privado o de paga, pues éste último reserva todos los derechos en base a la legislación sobre su propiedad intelectual.

Las personas que habitualmente usan el software privado pagan una tarifa por el derecho a ejecutar dicha herramienta, pero pagar una tarifa por ello no los convierte del todo dueños, ya que por lo general el pago por una licencia es por un determinado tiempo de uso, lo convierte en algo de su propiedad por un tiempo determinado, lo que dificulta el uso de este tipo de herramienta en las zonas rurales.

Por otro lado, al hablar de software libre podemos dividir a éstos en dos tipos, Libre y Gratuito, aun cuando buscándolos en Internet puede generar cierta confusión que se encuentren relacionados a una misma palabra: “free”, lo que nos hace considerar “libre” como “gratuito”, los software gratuitos son aquellas herramientas que nos permiten hacer uso de sus funciones sin ninguna restricción, en cambio, los software libres nos permiten hacer uso de ciertas

características de la herramienta con la opción que al realizar la compra de una licencia poder hacer uso de la versión completa del software.

Abarcando sobre la brecha digital, el ser humano ha vinculado, desde sus inicios, el progreso con el desarrollo de la tecnología, en la generación, aplicación y transferencia de esos conceptos tecnológicos que han aportado una superioridad competitiva, en términos económicos, materiales y culturales, a los grupos sociales que se aglutinan en los diferentes sectores que han aprovechado a su favor el desarrollo de la tecnología. En la contraparte de la esfera, otros grupos sociales marginales, tanto en el ámbito urbano y sobre todo, en lo rural, no se han beneficiado sobre dichos conocimientos tecnológicos; pues se van atrasando con respecto al progreso y la evolución de la población que si tiene acceso a éstos, y por consecuente se crea una brecha tecnológica, entre ambos grupos.

Una versión actual de esta desigualdad tecnológica, viene a ser la brecha digital, dicho concepto se relaciona directamente con las restricciones en cuando al acceso a las TIC por parte de grandes sectores de una población, “el aumento y persistencia de esta brecha tecnológica ha contribuido a la creación de diferencias sociales, que alimentadas por prejuicios raciales, de clase y aun religiosos, a nivel mundial se han constituido en obstáculos para un desarrollo humano integral” (Martínez, 2003).

Así es como la actual brecha digital se contempla, el difícil acceso de estos grupos en las zonas rurales a las TIC y la eminente falta de equidad de oportunidades; a partir de estos antecedentes el software libre es una excelente alternativa para dar acceso a la tecnología a estos grupos, a los cuales en caso de no existir esta herramienta, les sería mucho más difícil tener acceso a este tipo de tecnologías.

### **Recursos tecnológicos “Software Libre” en la educación**

En torno a la educación, el uso e implementación de software libre trae consigo muchos beneficios, los cuales se mencionan a continuación:

- *Paradigma y filosofía abierta:*
  - **El paradigma del Software Libre** invita a que se origine la cooperación, la colaboración y el reconocimiento de las diferencias como la forma de encontrar el beneficio y la fortificación del mismo.
  - **La filosofía del Software Libre** es fuerte con respecto a la construcción abierta del conocimiento y la información que ejerce dicha herramienta. Tanto así, que los avances son equivalentes al resultado de compartir abiertamente investigaciones, ideas y teorías.

Por consecuente permite a que el alumno pueda compartir el conocimiento concebido y se construya uno nuevo a partir de la interacción con otro compañero, a partir de estos impulsos de carácter formativo, se contribuye a formar mejores docentes comprometidos no solo en el campo de la educación, si no en el desarrollo de los Centros EMSaD.

- *Indagación y la construcción del conocimiento:*
  - A partir de la filosofía del Software Libre se induce a que se genere una indagación exhaustiva, por ello, es pertinente que el software libre se encuentre disponible en distintos contextos para ir impactando a otras instituciones educativas, enunciando que es posible construir el conocimiento contando con la posibilidad y disposición de aprender para generar innovación; por consecuente el docente tiene la oportunidad de modificar el programa de estudio como le sea posible, para adaptarlo al contexto real, dadas a las condiciones en el que se encuentran los Centros EMSaD.

## **Los directores, docentes y alumnos ante los recursos tecnológicos**

Hoy en día el mundo requiere de docentes en condiciones de responder a las demandas que la era de la información exige a la sociedad y a la educación en particular. En este panorama se plantea la necesidad de que los docentes deben estar en condiciones de aprovechar los diferentes recursos tecnológicos que se generan en la Internet, para integrarlos de forma acertada en la práctica docente y ésta signifique un auge para el desarrollo profesional, que permita manejar un mejor desempeño cumpliendo con las competencias docentes.

El uso pedagógico-didáctico de los recursos tecnológicos en las aulas, favorecen la motivación, pertinencia, relevancia y la estimulación de los alumnos para el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que nos deriva en una necesidad: los docentes deben contar con los recursos, capacitación y habilidades necesarios para hacer uso de estos recursos ya que son de mucha importancia para el desarrollo del alumno. Los directores de los centros, deberán tener en claro la gran importancia de los recursos tecnológicos en el mundo actual, y estar consciente de lo trascendente que es el uso pedagógico de ésta, puesto que su trascendencia prevalece en la formación de los estudiantes, sus múltiples ventajas para la gestión del centro y potenciar la labor pedagógica de sus docentes.

### **La esencia del pensamiento divergente**

El pensamiento divergente integra un importante elemento de la creatividad; este tipo de pensamiento se manifiesta en una brillante forma de resolver distintos problemas, generando desde cero ideas nuevas en diferentes ángulos, y explorando todas las posibles soluciones de cómo enfrentar cada circunstancia con la ayuda del intelecto humano llamado imaginación, en este sentido (Ballester Vallri, 2002) señala que “las situaciones abiertas de aprendizaje, a partir de experiencias y emociones personales, con estímulo del pensamiento divergente en que el alumnado proyecta sus ideas, potencian la diferencia individual y la originalidad y se convierten en hechos clave y decisivos para una enseñanza activa y creativa”.

Desde esta perspectiva, a los estudiantes se les puede enseñar y educar a poseer cierta originalidad y a no adaptarse con lo elemental, desde luego, es importante que los docentes también acepten preguntas divergentes y curiosas de los alumnos y admitir nuevas ideas, pues resolver de muchas maneras las distintas posturas que los alumnos infieren, facilita el pensamiento productivo, tal y como lo señala (Romo, 1987) “el pensamiento divergente hace referencia a la capacidad para generar alternativas lógicas a partir de una información dada, cuya importancia se evalúa en función de la variedad, cantidad y relevancia de la producción a partir de la misma fuente”.

El pensamiento divergente en la resolución de problemas del contexto real, percibe distintas opciones ya que se enfoca al problema a partir de nuevos ángulos, lo que puede dar lugar a cierta variedad de recorridos y múltiples soluciones innovadoras, “las personas son creativas cuando pueden resolver problemas, crear productos o plantear cuestiones en un ámbito de una manera

que al principio es novedosa pero que luego es aceptada en uno o más contextos culturales” (Gardner, 2001). Los recursos tecnológicos, ayudan a estimular la creatividad, permitiendo múltiples respuestas, aceptando y adaptando preguntas divergentes y curiosas, de tal forma que se vayan construyendo ideas nuevas y estas contribuyan a obtener un trabajo de calidad, “la educación, y la escuela en concreto, van a jugar un papel importante debido a que la interacción, a través de las instituciones sociales con el niño, puede obstaculizar o favorecer la actitud creativa” (Secadas, 1976).

## **Conclusiones**

Se ha analizado la difícil situación en la que se ha vivido y que hoy en día viven los estudiantes en materia de educación matemática y acceso a la tecnología, puesto que el avance de recursos tecnológicos que se han dado en los últimos años es impresionante, aunque el acceso a dichos recursos no esté garantizado para todos.

Con el esfuerzo conjunto de varias instancias y dependencias en distintos niveles de educación en las zonas rurales se han dado a la tarea de equipar adecuadamente los Centros EMSaD en cuanto a las TIC, aunque no se ha alcanzado el objetivo, podemos redoblar esfuerzos para la gestión de dichos equipamientos ante las autoridades educativas competentes, por su parte, el EMSad ha permitido reducir en medida de lo posible la brecha digital que es el reflejo de las desigualdades culturales en relación con el acceso, uso y apropiación de las tecnologías entre poblaciones urbanas y rurales.

Sin embargo, mientras que los docentes no cambien sus prácticas educativas actualizándose y los directivos no gestionen calidad para que sus docentes puedan llegar a desarrollar las competencias que se requieren en los alumnos, no se logrará aprovechar al máximo dicha tecnología para lograr en los alumnos los aprendizajes y las competencias que requieren desarrollar, pues se debe de llevar a los alumnos no exclusivamente a aprender sobre los recursos tecnológicos, sino a aprender con los recursos tecnológicos aprovechando el potencial que el Internet nos ofrece a través de los Software Libres e irlos adaptando a esta modalidad, permitiendo a cada comunidad estudiantil el ajustar las herramientas según sus necesidades; accediendo y trascendiendo con flexibilidad en la esencia del pensamiento divergente, donde se estalle la evolución del pensamiento matemático en el educando, y se pueda conjeturar que la

verdadera enseñanza del proceso de aprendizaje de la matemática en la resolución de problemas del contexto real, aplicando recursos tecnológicos, que permita que los estudiantes se activen y diviertan con sus procesos mentales, ejercite su creatividad con la manipulación de objetos matemáticos, permitiendo aprender y reflexionar de manera más profunda.

## **Referencias Bibliográficas**

- Ballester Vallri, A. (2002). El aprendizaje significativo en la práctica. *Cómo hacer el aprendizaje significativo en el aula*, <http://www.cibereduca.com/aprendizaje/LIBRO.pdf>.
- COSDAC. (2015). *La Reforma Integral de la Educación Media Superior*. Obtenido de <http://cosdac.sems.gob.mx/portal/index.php/riems>
- Gardner. (2001). La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI.
- Martínez, S. S. (2003). *La brecha digital: Mitos y realidades*. Mexico: Universidad Autónoma de Baja California.
- Rico Romero, L. (1990). *Diseño curricular en Educación Matemática: Una perspectiva cultural*. Sevilla: Alfar.
- Romo, M. (1987). Treinta y cinco años de pensamiento divergente: teoría de la creatividad de Guilford. *Estudios de psicología*.
- Secadas, F. (1976). Aportación al concepto de creatividad. *Innovación creadora*.
- SEP. (2008). *Las competencias que constituyen el Marco Curricular Común del Sistema Nacional de Bachillerato*. México, D.F: Diario Oficial de la Federación.

# Tecnología: implicaciones en la enseñanza matemática

*Juan Antonio Gómez Sánchez*  
*Colegio de Bachilleres de Chiapas*  
[\*chechonzitbo@hotmail.com\*](mailto:chechonzitbo@hotmail.com)

## Resumen

El presente trabajo, tiene como objetivo reflexionar sobre las implicaciones de la tecnología en la enseñanza matemática. Como primer aspecto se pretende dar un panorama general de lo que se ha escrito en relación al empleo de la tecnología. Así como responder a una pregunta que nos permita analizar y concientizar sobre uno de los principales problemas en clases “el de planear” y del porque actualmente la tecnología no ha respondido con todas las propuestas que se han escrito por diversos autores. Finalmente, se plantean algunas ideas fundamentales con respecto al buen uso de las tecnologías en las sesiones de clase, de tal forma que nos permita reorientar nuestra práctica docente para el logro de resultados efectivos a través del empleo de herramientas tecnológicas.

## Palabras claves

Herramienta, tecnología, enseñanza, matemática, planear.

## Introducción

En la actualidad existe una gran variedad de propuestas metodológicas para enseñar matemáticas y una de ellas es a través del uso de recursos tecnológicos “software”. Sin embargo, ni la misma tecnología ha podido elevar los pésimos resultados de las pruebas estandarizadas que en México se aplican, por ejemplo la prueba PISA<sup>2</sup>.

Entonces, *¿Es la tecnología el problema?* O más bien el problema radica en el buen uso de la tecnología en el salón de clases.

Hablar de tecnología en el salón de clase, no me refiero a que tanta disponibilidad tecnológica tenemos, sino más bien del *momento en que se debe utilizar*. Y es que no debemos olvidar que las

---

<sup>2</sup> Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes

evaluaciones, así como los exámenes de admisión, entre otras, no permiten el uso de *“ninguna herramienta tecnológica”*. Entonces para que usar tecnología, si al final de todo no se permite usarla, y lo que es peor, cuando el docente solo propone ejercicios y cree que el alumno viene con la capacidad de resolverlo.

## **La tecnología como herramienta**

Cierto día un alumno hizo el siguiente argumento *-¿De nada sirve saber tanto de tecnología, si al final de todo no se permite usarla!-* Esto es común en los estudiantes, quienes han adquirido una destreza fenomenal con la tecnología, pero carecen de práctica tradicional.

En la vida cotidiana tiene un sentido común del porque en el salón de clase se permite usar por ejemplo *“la calculadora”* y porque en las evaluaciones estandarizadas o de admisión no; una de ellas es que en el salón de clases el uso de herramientas tecnológicas son para reducir tiempos y no para olvidar procedimientos.

(Puerto & Minnaard, s.f.) Describe que la calculadora es una *“herramienta valiosa, que enriquece la comprensión matemática en los alumnos [...] y proporciona tiempo necesario...”* esto significa que *enriquece a la comprensión* o dicho de otras palabras facilita, ya que evita ciertos procedimientos, para la cual no es un pretexto para olvidar, sino más bien para amenizar tiempos, promoviendo la utilización de recursos tecnológicos, así como permitir que el alumno corrobore sus resultados.

Otra herramienta muy primordial en la enseñanza matemática es el uso del GeoGebra, la cual ha sido muy significativa en los últimos años; y aun cuando las TICS ayudan al estudiante a disminuir tiempos y a desarrollar capacidades, esto no significa que el alumno no tenga la habilidad, ni la capacidad para resolver ejercicios o problemas matemáticos. El hecho que un alumno termine a tiempo una serie de ejercicios o resuelva problemas planteados con el uso de tecnología, no determina que sepa mucho, pero tampoco que no sabe nada.

En un curso de capacitación dirigida a profesores (Ortiz & Arias, 2012) observan que durante el curso, los *“docentes con o sin experiencia [...] muestran una actitud de integración y motivación”*, si esto ocurre con los profesores, ¿cuál sería la actitud y participación de los estudiantes? Entonces, si el problema no es la tecnología, ¿Dónde está el problema?

## **El problema está en el uso**

Aún recuerdo aquellos ayer en las que el profesor permitía el uso de la calculadora, siempre y cuando, el estudiante resolvía primero una serie de ejercicios, él siempre nos decía “*no siempre contarás con ella*”. Y así fue, precisamente en el año 2001 tuve que presentar el examen de admisión para la carrera de ingeniería y se me prohibió.

En la actualidad nada ha cambiado, las evaluaciones tanto de concursos estatales, nacionales e internacionales, así como la de admisión a alguna escuela pública, siguen siendo sin el uso de ninguna herramienta tecnológica, y esto se debe a que no se evalúa tu destreza en el uso, sino más bien el conocimiento que te permite tener la capacidad y habilidad para resolver problemas y ejercicios matemáticos.

Entonces *¿Dónde está el problema?*, el problema está en el uso en clases. Hay que admitirlo *nos hemos acostumbrado* dejando a un lado el procedimiento, *¿Cuántos docentes en la actualidad resuelven un problema o ejercicio sin ningún recurso tecnológico?* considero que pocos, la mayoría por lo menos se apoya de un celular para hacer operaciones básicas, algunos una calculadora científica, los más sofisticados utilizan un programa “*software*”. Esto hace que nos apropiemos de herramientas dejando a un lado los procedimientos, tanto que perdemos la habilidad para resolver problemas. Hay algunos que dicen, “*lo que bien se aprende, jamás se olvida*” esta forma de creer que jamás olvidamos parece no tener sentido; si un jugador de cualquier disciplina deja de entrenar, no solo pierde su capacidad, sino su habilidad.

Hace algunos meses estaba participando en un curso sobre evaluación al desempeño docente y le proponía a los docentes que resolvieran una serie de ejercicios de geometría y trigonometría sin ningún elemento tecnológico, ¿Pudieron? la mayoría no.

## **La importancia de planear**

*¿Por qué es importante planear?* Porque planear es organizar, es reflexionar de lo que puede o no ocurrir en una sesión de clase, es construir una “*secuencia*” de actividades de enseñanza con el objeto de lograr un aprendizaje.

Pero como lograr un aprendizaje en matemáticas, si lo único que hacemos es llegar al salón de clase, con un libro que ha transcurrido generación tras generación, acompañado de una libreta con ejercicios ya resueltos, algunos aprendidos de memoria, apoyado de diversas herramientas tecnológicas, sin planear.

Aquí está la clave, en la organización de las actividades en el plan de clase, la importancia de planear radica en la administración no solo de tiempo, sino de recursos, por ejemplo: Si vamos a resolver unos ejercicios básicos de suma y resta, lo ideal es primero saber si al alumno puede resolverlo sin el uso de ninguna herramienta tecnológica, porque solamente así el alumno podrá *recordar*, tal como se describe en la taxonomía de (Marzano, 2001) y una vez comprobado podremos utilizar cualquier herramienta tecnológica como recurso para enseñar.

### **Re-orientando nuestra praxis**

En su ensayo “*Las TIC en el trabajo del aula*” describe que “*el profesor es el responsable de esta tarea*” el de organizar actividades que permitan ambientes de aprendizajes autónomos y colaborativos asignando a los estudiantes una serie actividades que permitan resultados efectivos.

Ya que si queremos que los estudiantes aprendan, entonces debemos permitir que los estudiantes trabajen comenzando desde la *recuperación de los conocimientos previos* y desde ahí en la integración de herramientas tecnológicas. Díaz afirma que una vez “*recuperado los conocimientos previos*”, podemos incorporar otros recursos como lo es la tecnología. (Díaz B, 2013)

Entonces, *¿Se puede o no enseñar con herramientas tecnológicas?* Claro que sí, primero corroborando si el alumno puede resolverlo sin el uso de ningún recurso tecnológico.

### **Conclusiones**

Durante mucho tiempo he tratado de establecer un lazo afectivo entre mis estudiantes, creando conciencia con mis compañeros que la escuela más que una institución, debe ser un espacio en donde los alumnos anhelan estar. Es indudable que en ocasiones nuestros salones llegan a ser un campo de batalla, más aun si nuestras clases son aburridas, pocas enriquecedoras, con falta de motivación y sentido de pertinencia.

Por esta razón, esta reflexión consiste en verificar si el alumno puede o no resolver ejercicios o problemas matemáticos sin el uso de ninguna herramienta tecnológica, una vez comprobado, podemos integrar dentro de nuestro plan de clase, como estrategia la utilización de recursos como lo es la tecnología.

## **Referencias bibliográficas**

Díaz B, A. (2013). TIC en el trabajo del aula. Impacto en la planeación didáctica. *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, 3-21.

Marzano, R. J. (2001). Designing a new taxonomy of educational objectives. *Experts in Assessment Series*, Guskey. 1.

Ortiz, H., & Arias, M. R. (2012). Geogebra como herramienta para la enseñanza matemática: Resultados de un curso de capacitación. *VIII Festival Internacional de Matemática*, 6.

Puerto, S., & Minnaard, C. (s.f.). La calculadora: Una herramienta didáctica. *Revista Iberoamericana de Educación*, 11.

# Educación matemática y tecnologías empleadas para la enseñanza de las matemáticas

*Kelvin López Aguilar*  
*Jesús Ángel López Sánchez*  
[uaaan88@hotmail.com](mailto:uaaan88@hotmail.com)

## Resumen

La investigación en Educación Matemática es un campo en continuo cambio y progreso. Este artículo se basa más que nada en una investigación sobre la utilización de nuevas tecnologías que se pueden emplear para la enseñanza de las matemáticas porque aún se siguen disponiendo de un conjunto de estrategias metodológicas para abordar su objeto de estudio, no tiene un método propio. El impacto que ha tenido la computadora en la sociedad ha llevado a una reflexión en torno a su uso en el salón de clase.

Antiguamente se consideraba que la enseñanza de las matemáticas era un arte y, como tal, difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas. Se suponía que el aprendizaje de los alumnos dependía sólo del grado en que el profesor dominase dicho arte y, en cierto sentido, de la voluntad y la capacidad de los propios alumnos para dejarse moldear por el artista. El aprendizaje es considerado como un proceso psico-cognitivo fuertemente influenciado por factores motivacionales y actitudinales del alumno-aprendiz. Se postula, además, que para modificar el rendimiento de los alumnos el factor decisivo es la conducta docente y que ésta puede explicarse, a su vez, en función del pensamiento del profesor que se incluyen sus expectativas, su manera de concebir la enseñanza de las matemáticas y su forma más o menos espontánea de interpretar el saber matemático.

## Palabras clave

Enseñanza, aprendizaje, conocimiento, matemáticas, alumno, profesor.

## Introducción

El uso de la tecnología en la enseñanza en las matemáticas ha sido cada vez más relevante en el siglo XXI, y cada vez, más investigadores de la educación se suman para poder justificar su uso, por citar algunos, Sacristán y Ursini, (2001); Millán, (2005); Ursini y Sacristán, (2006); Ursini y

Sánchez, (2008); Ruíz y Ursini, (2010); Acharya y Sinha, (2013); Ciampa, (2014); Drigas y Pappas, (2015), entre otros, ya que son herramientas de gran valor y eficiencia en su manejo con propósitos didácticos (Canós y Mauri, 2005), siendo estas tecnologías por una parte catalogadas como cerradas, y por otra, como abiertas y necesitan de un conocimiento técnico para su uso (Canós, Ramón y Albaladejo, 2007).

Desde sus orígenes, la educación matemática, ha sido muy específica, sin embargo, existen problemas asociados a la enseñanza y aprendizaje, por lo que, ha surgido el interés de ciertos investigadores para encontrar alternativas de solución (Bryan, 1987; Santos, 1996; Godino, 1999; Artigue 2004; Godino, 2009; Avila, 2013).

Hoy por hoy, el aprendizaje en las matemáticas, es a través de la interacción con el uso de la tecnología como una herramienta principal para la solución de problemas para cualquier estudiante (Espiniza, 1998; Gardner, 1998; Castilo, 2008; Martínez, 2013), siendo la computadora la mejor herramienta para diseñar actividades que da paso al aprendizaje (Arcavi y Hadas, 2000). Por lo que, los educadores y los desarrolladores del plan de estudios de matemática están sustituyendo la pedagogía tradicional por tecnología digital en las salas de clase (Senk y Thompson, 2003; Gértrudix, et al, 2007), con el fin de que la educación matemática sea más inductiva (Williamson y Kaput 1999).

Por lo anterior, las investigaciones realizadas dentro de la educación matemática sobre el uso, experimentación y evaluación de la introducción de nuevas tecnologías como herramientas educacionales, sugieren la implicación cognitiva, psicomotrices y emocionales (NCTM, 1989; Senk y Thompson, 2003; Orozco y Labrador, 2006) facilitan el desarrollo y aplicación de la inteligencia geométrico-espacial, la abstracción y la representación icónica desde una nueva perspectiva (Williamson y Kaput 1999; Feldstein, 2005); proporcionan otras formas de comunicación, simbolización y formalización matemática mediante hojas de cálculos electrónicas (Godino y Batanero, 1994).

## **Desarrollo**

La educación matemática surge en México en la década de los setentas como disciplina autónoma (Gómez, 1997), debido principalmente a la inclusión del conocimiento como objeto

primario de la investigación (Gascón, 1998), impulsado por investigadores de la Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV, proponiendo así en los años 80's la formación de especialistas en educación matemática con enfoque a la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Block, et al, 1995). Por lo que la Matemática Educativa se origina a partir de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, siendo la matemática misma el punto de partida de la matemática educativa, ya que el conocimiento matemático no es suficiente para la caracterización de la disciplina; porque ésta última se organiza a partir de núcleo conceptuales que los teoremas, por lo que las matemáticas tiene un componente heurístico y también un marco axiomático como parte central de sus actividad y de la sistematización de resultados, que es al final de carácter interdisciplinario (Gómez, 1997).

Las nuevas tecnologías de la comunicación y la información ha venido cambiando de acuerdo al esquema natural de comunicación; las computadoras o programas virtuales y con ello los conocimientos se han adaptado, sin embargo, el hecho de que existan una serie de tecnologías no garantiza eficacia en el entendimiento del aprendizaje de las matemáticas, si no sería por su uso adecuado y la forma de utilizarla (Ferrer, 2007).

Las nuevas tecnologías hacen posibles nuevas modalidades de enseñanza-aprendizaje, sobre todo, la enseñanza a distancia o semipresencial y/o virtual (García y Domínguez, 2007), siendo los aspectos más importantes: interacción entre personas a través de máquinas; no se necesita la presencialidad de las personas para realizarse una comunicación; no existen los elementos lingüísticos y paralingüísticos en la comunicación; la comunicación se da a través de textos escritos creando un discurso temporal específico, verificable y matizable (Almenara y Cejudo, 2007).

En un reciente informe sobre la incorporación de las nuevas tecnologías a la enseñanza universitaria se decía que sus aportaciones habrían de estar orientadas a propiciar (Álvarez et al, 2007; Canós y Ramón, 2006):

1. Mayor interacción entre estudiantes y profesores
2. Colaboración entre estudiantes y trabajo en equipo
3. La incorporación de los simuladores como nueva herramienta de aprendizaje.

4. La adquisición y desarrollo de nuevas competencias por parte de los estudiantes a través de su participación en laboratorios virtuales de investigación.
5. La posibilidad de disponer de más frecuentes y potentes formas de retroacción en la comunicación entre estudiantes y profesores.
6. El acceso de los estudiantes a un abanico ilimitado de recursos educativos.

Algunas de las ventajas que podemos apreciar en el uso de las nuevas tecnologías para la formación universitaria son (Canós, Ramón y Albaladejo, 2008; Navarro y Alberdi, 2004; Canós y Ramón, 2007):

- Acceso rápido a una gran cantidad de información en tiempo real.
- Obtención rápida de resultados.
- Gran flexibilidad en los tiempos y espacios dedicados al aprendizaje.
- Adopción de métodos pedagógicos más innovadores e interactivos y adaptados para diferentes tipos de estudiantes.
- Interactividad entre el profesor, el alumno, la tecnología y los contenidos del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Mayor interacción entre estudiantes y profesores a través de las videoconferencias, el correo electrónico e Internet.
- Colaboración mayor entre estudiantes, favoreciendo la aparición de grupos de trabajo y de discusión
- Incorporación de simuladores virtuales como nueva herramienta de aprendizaje.
- Permite al alumno tomar contacto con la realidad que se va a encontrar cuando salga de la Universidad.
- Velocidad vertiginosa con la que avanzan los recursos técnicos, volviendo los equipos obsoletos en un plazo muy corto de tiempo.

La tecnología debe ser utilizada en la educación matemática para enfatizar el uso de conocimiento matemático yendo más allá de los procedimientos rutinarios en los cursos matemáticos Martín (2000). También se señala que no debe usarse como sustituto de operaciones básicas, sino que convendría usarse para fortalecerlas, logrando que los estudiantes aprendan matemáticas, sin embargo, el hecho de que los instrumentos tecnológico permite el

acceso a modelos visuales que son poderosos muchos estudiantes son incapaces de generar independientemente o no están dispuestos a hacerlo. La capacidad de cálculo de los recursos tecnológicos amplía la serie de problemas apropiados para los alumnos, y los capacita para ejecutar procedimientos rutinarios con rapidez y seguridad, permitiéndoles así disponer de más tiempo para desarrollar conceptos y para modelar. El NCTM (2000)

El proceso para la interacción de los estudiantes con las herramientas tecnológicas consiste en tres etapas (Fuglestad, 2004):

- I. conocimiento básico de los comandos o funcionalidades del *software*. Los estudiantes pueden utilizar las diferentes funciones del *software* para resolver tareas simples preparadas para interactuar con éste.
- II. desarrollo de modelos simples. Los alumnos pueden hacer un esquema textual, numérico o plantear fórmulas para planear un modelo en una hoja de cálculo. Pueden usar geometría dinámica para hacer construcciones que puedan resistir el arrastre y que no se “rompan” cuando son movidas;
- III. juzgar el uso de las herramientas para dar solución a un problema dado. Los estudiantes deben ser capaces de pensar en distintas formas y recursos para resolver un problema, y juzgar cuáles de las herramientas tecnológicas disponibles es más apropiada usar para resolver el problema o cuándo otros métodos son mejores.

Murillo (1997) encontró en un estudio de casos los siguientes usos de la calculadora graficadora:

- 1) Cómputo. Fue la actividad más obvia y común, desde las operaciones básicas hasta evaluación de funciones.
- 2) Graficación. A propósito del nombre, es una característica sobresaliente que hace de esta calculadora una herramienta apropiada donde el estudio del gráfico de una función se hace necesario. El uso de una calculadora graficadora permite obtener en pocos segundos la gráfica de una función, compararla con otras gráficas, etc., sin tener que dedicar largos periodos de tiempo a la construcción de las mismas por medios “primitivos”, distrayendo así el propósito general de una discusión.

- 3) Estadística. La calculadora en uso está provista de una serie de herramientas estadísticas de uso frecuente.
- 4) Exploración. Las calculadoras se mostraron apropiadas para responder las preguntas de los estudiantes del tipo “¿Qué tal si...?”
- 5) Simulación. Las calculadoras se pueden usar para simular procesos de tipo aleatorio, como por ejemplo lanzar un dado, una lotería, etc.
- 6) Programación. Gracias a las capacidades de programación, las calculadoras se pueden usar para cálculos complejos avanzados, en donde, por ejemplo, entran en juego algoritmos.
- 7) Conexión a otras tecnologías. Las calculadoras se pueden usar en conexión con otras calculadoras (para compartir programas y datos), con una computadora o con un proyector de pantalla.
- 8) Visualización. Los “objetos matemáticos” desplegados en la pantalla ayudan a los estudiantes a construir imágenes mentales.
- 9) Adquisición de conceptos. Juntando algunos de los usos anteriores, las calculadoras gráficas facilitan a los estudiantes procesos de conceptualización.
- 10) Resolución de problemas. Como herramienta, las calculadoras gráficas son usadas para ejecutar las operaciones necesarias como soporte en las actividades de resolución de problemas.

A lo anterior se puede agregar la incorporación de manejo de geometría dinámica en los modelos de la serie TI-92 y sub siguientes.

Podemos recordar que algunas veces los profesores de matemática pretendemos que los estudiantes, por medio de una gran argumentación teórica y la visualización de unas pocas gráficas dibujadas en el pizarrón, las que muchas veces no son una buena representación de lo deseado, se hace conveniente considerar el uso de las calculadoras para obtener, como en el caso de funciones, una buena representación de las gráficas de cualquier tipo de función en un corto tiempo. La computadora es una de las principales herramientas para la didáctica de la matemática desde una perspectiva tecnológica. El fácil acceso que tienen los estudiantes a una computadora, ya sea en su hogar o en la clase de informática, hace que los estudiantes ya estén familiarizados con este tipo de tecnología, el despliegue gráfico de la computadora supera en mucho al de la calculadora. La computadora como herramienta de presentación. Se puede utilizar una sola computadora en el aula, la cual es manipulada por el profesor para mostrar a sus estudiantes

presentaciones, dibujos, cálculos numéricos y algebraicos, gráficos o la solución de problemas. Además, en este caso esto no priva al estudiante de hacer uso del computador para realizar exposiciones a sus compañeros. Según Alemán (2000), la computadora como un tutor puede ayudar a resolver diferentes problemas que existen en la educación.

Alfaro, Alpízar, Arroyo, Gamboa e Hidalgo (2004) señalan que algún software como *The Geometer's Sketchpad* y *Cabri Géomètre* pueden ayudar a la enseñanza de la geometría en aspectos, tales como: construcciones, visualización de algunos conceptos y propiedades. Otros, como *Mathematica*, *Maple* y *Derive* pueden proporcionar ayuda a los alumnos en el cálculo de expresiones aritméticas, algebraicas, logarítmicas, trigonométricas, así como el cálculo de las soluciones reales de ecuaciones y de sistemas de ecuaciones.

En toda escuela, instituto o facultad, se suelen formar grupos de alumnos para que, durante todo el curso escolar, puedan estudiar matemáticas con la ayuda de uno o varios profesores pero pocas veces se hace uso de la tecnología que está a nuestro alcance, por eso se propone, como primer gran foco de interés, el llegar a entender mejor los procesos didácticos y los fenómenos que éstos originan, tanto los que tienen lugar en clase como fuera de ella.

## **Conclusiones**

Se concluye que una manera de inducir al estudiante a resolver problemas matemáticos es con la introducción e interacción de la tecnología, ya que hace que perciban las matemáticas de manera justificada al manipular, analizar y descubrir posibles relaciones matemáticas fundamentales.

Las Matemáticas fueron, la primera actividad que incorporó recursos tecnológicos que facilitaron significativamente las tareas que esta Ciencia desarrolla en el ámbito educativo. Es necesario señalar que en la enseñanza de las matemáticas es importante la utilización de software educativo tanto en el desarrollo de sus clases como en las evaluaciones parciales.

El docente debe tener presente que la matemática en el alumno debe iniciarse en la comprensión del carácter formal del pensamiento lógico-matemático, así como procesos de abstracción, es ahí donde comienza a exteriorizar su propio pensamiento y estar en capacidad de seguir una

metodología para la resolución de problemas necesarios para planificar estrategias y desarrollo de la intuición matemática, que permitan enfrentar problemas de la vida cotidiana.

## Referencias bibliográficas

- Acharya, A., y Sinha, D. (2013). Assessing the Quality of M-Learning Systems using ISO/IEC 25010. *International Journal of Advanced Computer Research*,3(3), 67.
- Alfaro, A.; Alpízar, M; Arroyo, J.; Gamboa, R.; Hidalgo, M. (2004). Enseñanza de las Matemáticas en Costa Rica: Elementos para un Diagnóstico. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.
- Almenara, J. C., y Cejudo, M. C. L. (2007). La interacción en el aprendizaje en red: uso de herramientas, elementos de análisis y posibilidades educativas/(interaction in e-learning: use of tools, elements of analysis and educational possibilities. *Revista iberoamericana de educación a distancia*, 10(2), 97.
- Álvarez, S., Cuéllar, C., López, B., Adrada, C., Anguiano, R., Bueno, A. y Gómez, S. (2011). Actitudes de los profesores ante la integración de las TIC en la práctica docente: estudio de un grupo de la Universidad de Valladolid. *Eduotec. Revista electrónica de tecnología educativa*, (35).
- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica para afrontarlos? *Educación Matemática*. 16 (3), 5 – 28.
- Avila, A. (coord.), D.Block, A. Carvajal, P. Camarena, D. Eudave, I. Sandoval y A. Solares (2013). La investigación en educación matemática en México: 2002 – 2011. En: Avila, A., A. Carrasco, A. Gómez-Galindo, M.T. Guerra-Ramos, G. López-Bonilla y J.L. Ramírez (Coords.) Una década de investigación educativa en conocimientos disciplinares en México. México .COMIE- ANUIES: 27-150.
- Block, David y Guillermina Waldegg, (Coords.), A.Avila, E. Mancera, T. Rojano, M. Rigo, A. Gallardo, E. Sánchez, P. Morfín, G. Zubieta., C. Acuña y E. Bonilla (1995). Matemáticas. En: Waldegg, Guillermina. *Procesos de enseñanza y aprendizaje II*. Col. La Investigación Educativa en los Ochenta, Perspectivas para los Noventa. Consejo mexicano de Investigación Educativa/ Fundación SNTE para la cultura el maestro mexicano. México, 21 – 130
- Bryan H. Bunch (1987) *Matemática insólita. Paradojas y paralogismos*. Barcelona, Editorial Reverté, 198 p.

- Canós, L. y Mauri, J. (2005). "Metodologías activas para la docencia y aplicación de las nuevas tecnologías: una experiencia". XX Symposium Nacional de la URSI, Gandia (Valencia).
- Canós, L. y Ramón, F. (2006). "La información como conferencia específica en el contexto de la convergencia europea". 3er Congreso on line del Observatorio para la Cibersociedad, Barcelona.
- Canós, L., Ramón, F. y Albaladejo, M. (2007). "El portafolio del profesor y su aplicación en el nuevo Espacio Europeo de Educación superior como instrumento para el desarrollo pedagógico". II Congreso Internacional de Blogs y Periodismo en la Red, Madrid.
- Canós, L., Ramón, F. y Albaladejo, M. (2008). "Los roles docentes y discentes ante las nuevas tecnologías y el proceso de convergencia europea". V Congreso Iberoamericano de Docencia Universitaria, Valencia.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(2), 171-194.
- Ciampa, K. (2014). Learning in a mobile age: an investigation of student motivation. *Journal of Computer Assisted Learning*, 30(1), 82-96.
- Drigas, A. S., y Pappas, M. A. (2015). A Review of Mobile Learning Applications for Mathematics. *learning*, 3, 6.
- Espinosa, F. H. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Revista Educación Matemática*, 10(2), 23-45.
- Feldstein, M. (2005). *The Digital Promise: Using Technology to Transform Learning*, eLearn Magazine. SUNY Learning Network.
- Ferrer, D. M. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(4), 2.
- Fuglestad, A. (2004). ICT tools and student's competence development. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2, pp. 439-446.
- García, L., Ruiz, M., y Domínguez, D. (2007). *De la educación a distancia a la educación virtual*. Barcelona: Ariel.
- Gardner, H. (1998). *Inteligencias múltiples*. Paidós.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18, 7-34.

- Godino, J. (2009). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Colección Digital Eudoxus, (11).
- Godino, J. D. (1999). Implicaciones metodológicas de un enfoque semiótico-antropológico para la investigación en Educación Matemática.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado personal e institucional de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Gómez, P. (1997). Tecnología y educación matemática. *Informática Educativa*, 10(1), 93-111.
- Martin, W. (2000). Lasting effects of the integrated use of graphing technologies in precalculus mathematics. In E. Dubinsky; A. Schoenfeld; J. Kaput (Eds.), *CBMS Issues in Mathematics Education*. Mathematical Association of America, Washington, D. C. Vol. 8, pp. 154-187.
- Martínez, E. D. T. (2013). Implicaciones didácticas de Geogebra sobre el aprendizaje significativo de los tipos de funciones en estudiantes de secundaria. *Apertura*, 5(2), 58-69.
- Millán, M. C. (2005). Una experiencia de utilización de simulaciones informáticas en la enseñanza secundaria. *Educatio siglo XXI: Revista de la Facultad de Educación*, (23), 141-170.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (1989). Curriculum and Evaluation. National Council of Teachers of Mathematics Reston, VA.
- Ruiz, J. G. S., y Ursini, S. (2010). Actitudes hacia las matemáticas y matemáticas con tecnología: estudios de género con estudiantes de secundaria. *RELIME*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 13(4), 303-318.
- Sacristán, A. I., y Ursini, S. (2001). Incorporating new technologies to the Mexican school culture: the EMAT project and its Logo extension. In *Eurologo* (pp. 237-244).
- Santos Trigo, L. M. (1996). Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas.
- SENK, S. and THOMPSON, D. (2003). Standards-Based School Mathematics Curricula Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey.
- Ursini, S., & Sánchez, G. (2008). Gender, technology and attitude towards mathematics: a comparative longitudinal study with Mexican students. *ZDM*, 40(4), 559-577.
- Ursini, S., y Sacristán, A. I. (2006, December). On the role and aim of digital technologies for mathematical learning: experiences and reflections derived from the implementation of

computational technologies in Mexican mathematics classrooms. In Proceedings for the Seventeenth ICMI Study Conference: Technology Revisited, Hanoi University of Technology, Hanoi, Vietnam (pp. 3-8).

Williamson, S. y Kaput, J. (1999). Mathematics and virtual culture: an evolutionary perspective on technology and mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(21), 265-281.

## Entrevista al Dr. Carlos Calvo, de la Universidad de la Serena, Chile



### Primera parte

Visité al Dr. Carlos Calvo durante una estancia académica en la Universidad de la Serena, Chile, en la primavera de 2016. Aunque no lo tenía previsto, un día, mientras caminaba con mi mentor, el Dr. Mario Arenas, por los pasillos de la Facultad de Humanidades, vi a lo lejos a un personaje que me parecía conocido; resultó que dicho personaje era Carlos Calvo, Doctor en Educación por la *Standford University*, a quién previamente había escuchado en el documental “La educación prohibida”.

Pedí entrevistarme con él; sin embargo dado sus ocupaciones no fue posible hacerlo de inmediato. Una noche me llegó un mensaje de correo electrónico, era de Carlos Calvo, me invitaba a conversar con él en su oficina de la Universidad. Ajustamos la hora y fecha por ese medio.

El día de la cita, me sentía nervioso. Había leído y escuchado del personaje con el que conversaría y sabía de su talla intelectual. Me invitó a pasar a su oficina que contenía estantes repletos de libros. Lo primero que me dijo fue: “Víctor, tome uno de esos libros que están en la parte superior”- Señaló con el dedo. Bajé el libro, era uno que él había escrito. Muchas gracias Dr. Carlos. – Le dije.

Los nervios entonces fueron menguando, la calidez de aquél lugar y la sencillez del hombre me pareció surreal y la conversa comenzó.

**V:** Dr. Carlos Calvo, muchísimas gracias por concederme un poco de su tiempo. Hay un tema que nos preocupa a todos los latinos en este momento, precisamente es la educación. En América Latina, tenemos muchos problemas; países como México, Colombia, Argentina, Chile, etc., pareciera que sufren de lo mismo. Entonces, me gustaría comenzar conociendo, un poco, su perspectiva sobre la educación en América Latina, frente a la coyuntura que vive el continente.

**C:** Agradezco la posibilidad de que conversemos; yo quiero escucharlo a usted también. Lo primero es señalar que hay una confusión al creer que la educación es lo que está pasando dentro de la escuela. Lo que pasa dentro de la escuela ciertamente es educación, pero no es toda la educación. Segundo, la educación está mal en todas partes del mundo, habrá algunos países que tienen excelentes resultados, pero cuando uno lo observa, por ejemplo Finlandia, está modificando la malla curricular, los tipos no están satisfechos con lo que están obteniendo. Lo bueno es que, en el caso de ellos, es no estar satisfechos dentro de un buen resultado. En el resto del mundo están satisfechos por un mal resultado, que es totalmente diferente. Esto pasa en África, en Asia, pasa en Europa, también pasa en Estados Unidos, excepto un porcentaje muy pequeño de escuelas en las cuales está resultando, por razones que podemos comentar más tarde. Por lo tanto el problema es mundial, no es solamente en América Latina. Podemos mirar, sin embargo, a América Latina, no solo estamos hoy día bajo la tutela de la OCDE, que es una tutela muy vinculada con el mundo financiero, mundo económico, a diferencia de tiempos anteriores en donde, quien marcaba la pauta en educación era la UNESCO, ¿te acordás? Y la UNESCO como expresión de co-gobierno de todos los países. Si bien había grupitos hegemónicos, de todas maneras de verdad es muy distinta la UNESCO de la OCDE y lo han embarcado en un proceso de mejora – evidentemente- de los temas lucrativos, que uno puede agradecer que estemos todos embarcados en esto, pero la apuesta que están haciendo ellos está epistemológicamente equivocada - según mi criterio - entre otras razones, porque desde antaño la escuela ha sido concebida en un lugar en donde el estudiante viene a aprender sobre lo que ya se hizo, no a generar conocimiento. Posteriormente cuando en la universidad, por ejemplo, le piden que genere conocimiento, pues no sabe hacerlo ya. Y vamos viendo que la pirámide empieza a encostarse arriba porque hay algunos a quienes si les enseñaron a crear conocimiento

y ahí tenemos universidad de elite - en cada uno de los países - con estudiantes de elite, con profesores de elite y hasta ahí se acabó. La escuela entonces como un lugar de repetición donde se repiten las relaciones establecidas por otros. Entonces aprendemos fórmulas, aprendemos datos históricos, ¿no es cierto?, aprendemos contenidos sin percatarnos que - según mi criterio, en esto yo puedo estar equivocado - que aprender consiste en establecer relaciones, en relación a este objeto con este otro. Y ¿de qué manera relaciono A con B? Usted verá: A puede ser mayor que B, B puede ser más antiguo que A, en fin podemos ir inventando distintas características que tiene este objeto o - mejor todavía - antes de inventarla yo empiezo a observar los objetos y a darme cuenta de que podría vincularlos de esta u otra manera. Esas maneras son infinitas, ¡infinitas!, no llegamos cada uno de nosotros a marcar todas las infinitas posibilidades de relaciones, pero teóricamente - digamos - son infinitas, eso no se permite habitualmente en la escuela, por lo tanto, la curiosidad infantil y el párvulo del niño que está en los primeros años de escuela que apunta a decir muchas cosas, que es lo que le parece, normalmente rechazado por la escuela.

En una investigación que hicimos nosotros tenemos un registro que lo usamos, ¿no? están cinco niños y niñas mirando hacia el cielo, entonces le dice: Oye, mira ahí hay 5 pájaros, parados sobre un cable de la luz eléctrica; entonces su compañerita le dice, “no, son dos gaviotas y tres palomas”. Precisión y exactitud, el otro dice: pájaro; que es correcto, pero la otra dice: dos palomas y tres gaviotas, lo que fué. Y otro llega: "oí, ¿tú te has dado cuenta que las patas de las gaviotas son como las de los dinosaurios? Llega la educadora y les dice: “Ya déjense de hablar tonteras”. Las califica y califica como tonteras, cuando los niños que están poniendo a prueba lo que estaban aprendiendo en clase, porque están clasificando, están organizando la información, están siendo precisos y exactos y además están vinculando dos temas distintos. El niño en alguna parte vio dinosaurios y le llama la atención. Un educador, no el profesor tradicional, podría preguntar a los niños: ¿En qué se diferencia una paloma de una gaviota? Tu dijiste que eran pájaros, ya sabemos esa es la clase baja. Ahora, ¿en qué se diferencia?, si me dices que es porque tienen alas es que las gaviotas tienen, las palomas también, es que tienen dos, las palomas también y que ésta tiene pico, esta otra también tiene pico, es que una es más grande y la otra es más chica, y ahí empieza el proceso educativo. Perdón, ahí continúa el proceso educativo, porque empieza con el niño mirando y viendo eso y comentando.

¿Qué es lo que hay que hacer ahora? Avanzar más y decir, vamos viendo ¿en qué se diferencia una gaviota de una paloma? Pongamos esto, en que se parecen, y ahora ¿en qué son distintas? Y podríamos ahora ir a un libro ahora, ir a internet a buscar una razón más profunda, por ejemplo, ¿vuelan igual las palomas que las gaviotas?, entonces yo les puedo decir a los niños, vamos a observar como vuelan las palomas y como vuelan las gaviotas, es que las dos mueven las alas, muy bien, y cuándo planean ¿Cuánto rato planea una? ¿Cuánto rato planea la otra? y ahí voy inventando, si esto no está planificado, por eso, el proceso educativo tiene como característica la improvisación, pero para que el docente pueda improvisar tiene que estudiar mucho, si no ha estudiado no se le ocurren preguntas, ¿se fija? porque va apelar inmediatamente a las respuestas y ya, entonces, yo puedo llevar a los niños y ¿por qué el pico de la gaviota tiene esa forma? Y ¿el de la paloma lo tiene igual? ¿Se fija? entonces, estoy además agudizando la observación del niño, ¿Y cuál es el sonido que emite una y que emite la otra? En fin, la educación, entonces, es ese proceso de creación, de relaciones posibles, abiertas. Ahora con el trabajo que hace el educador que le vuelvo a llamar un mediador, vamos nosotros ponderando características que tiene aquello que yo relacioné para poder inferir cuál de todas esas posibilidades puede ser probable. La diferencia entre lo posible y lo probable que en el lenguaje cotidiano no lo manifestamos en rigor, son distintas. Lo posible es todo lo que pueda acontecer, ¿no es cierto? pero lo probable es todo aquello que tiene chance de ocurrir, entonces yo le puedo decir y cómo es posible que vuelen las gaviotas, si las gaviotas vuelan sobre el mar, cuántos aguantes tiene para volar, porque puede ah, se posa en el agua, me dice el niño, y cómo puede salir volando del agua, en fin, yo lo voy generando y el niño entonces empieza a ponderar razones por la cuales esto es más probable que acontezca a que no acontezca, hoy día lo vemos a usted en camisa y a todos con frío, ¿ya? porque nosotros andamos más abrigados. Entonces uno podría decir, ¿En cuánto rato más le va a dar frío a Víctor?, pero yo le digo, ¿pero cuál sería la condición para que le empezara el frío? Entonces los niños tienen que pensar, por ejemplo: ah! la temperatura de la sala, entonces yo le digo a lo mejor por eso eligió aquí adentro y no estar allá afuera, podría ser, a lo mejor me equivoco, no importa. Otra cosa puede ser la energía que usted tiene, otra cosa si la ropa es térmica, etcétera. Entonces, educar, es poner sobre la mesa las cartas y jugar con ellas, entonces yo ya voy de lo posible a lo probable; y con lo probable vemos de esos que es lo que yo puedo ejecutar, que es lo que yo puedo realizar. Es el proceso educativo que no es el proceso escolar.

V: Ahora que mencionaba esto, me estaba acordando de un estudio que se hizo en Estados Unidos sobre el pensamiento divergente, que narra Ken Robinson, donde él menciona que a un grupo de niños, de jardín de niños, se le hace una pregunta x, por ejemplo, ¿Cuántos usos se te ocurren para un clip? Y él menciona que, a un niño de preescolar, por lo regular, en promedio se le van a ocurrir 200 usos que es una cosa impresionante porque alguna vez yo hice el ejercicio y no se me ocurrieron más de 10, 12 usos. Pero como era un estudio longitudinal, vuelven a hacerlo 5 años después, cuando estos niños ya están en primaria y obviamente se reduce el número de incidencias, llegan a 120, 130 y se hace el estudio una última ocasión, cuando están en secundaria, 5 años después y cae drásticamente. Entonces supongo que, naturalmente esto se da por el tope con el que se encuentran los niños, los niños como el ejemplo que usted daba sobre estas niñas que conversaban sobre las palomas, de repente se sienten libres, comienzan a hablar, no hay nadie quien los pare, pero llega el profesor y comienza a hacer su trabajo, que pareciera que para eso ha servido la escuela, en la historia y más aquí en América Latina para detener la vivacidad que traen de tal forma que llegamos a la Universidad y ya no queremos preguntar, ni saber nada.

C: Y que no sabemos preguntar. Esa experiencia de Robinson está repetida en mil situaciones, ¿verdad? ese es el defecto de la escuela. Algunos me han dicho que esto puede ser producto del desarrollo evolutivo de cada persona, yo creo que no. Yo creo que estamos condicionados por el sistema escolar, porque afirmo esto, porque estudiantes que han estado en otro tipo de escuela, en las cuales no son impositivos con las respuestas, sino con la indagación, los tipos son una bala, ¿se fija? Mantienen aquello y tienden a ser divergentes, ahora también tenemos que ser convergentes, no podemos divergir todo el tiempo, pero la idea que queremos ahora plantear es que la escuela simplemente lo pone en techo, y lo triste es que el techo es muy bajo.

La semana pasada en los resultados de unas pruebas estandarizadas que se realizan en Chile, a los de cuarto año básico, son unos chicos que tienen 10 años de edad y se encontró por primera vez que el buen resultado que históricamente han mantenido los colegios privados de elite, que seleccionan estudiantes, se quedan con los mejores, etcétera, etcétera, etcétera, tocó un techo, hace años que no progresan. Para mí, ese dato es maravilloso y a la vez triste, es triste porque muestra porque está el techo, es maravilloso porque me está mostrando que tengo otro argumento que está validando lo que yo estoy pensando, por supuesto. En que el colegio tiene

un nivel de exigencia dentro del mundo de las respuestas que tiene que aprender el estudiante y hasta ahí son perfectos, pero no le está permitiendo, por ejemplo a los chicos llegar a desarrollarse matemáticamente, no le está ayudando a llegar a desarrollarse en términos botánicos de pensamiento, en botánica o en filosofía, lo que fuere, ya. Y más todavía y eso no falta, pero ha estado en los pueblos indígenas, esta mirada holística, entonces en donde la botánica se entiende en contexto, no por sí misma y nosotros enseñamos por sí mismos. Por eso nos pasa a nosotros, que lo que estudiamos en historia no lo podemos vincular con nada más porque no sabemos, entonces muchos nos dicen ¿y qué tiene que ver la historia con las matemáticas? o ¿qué tienen que ver la física con la psicología?, etcétera.

**V:** No se contextualiza.

**C:** No encontramos los puntos - relación.

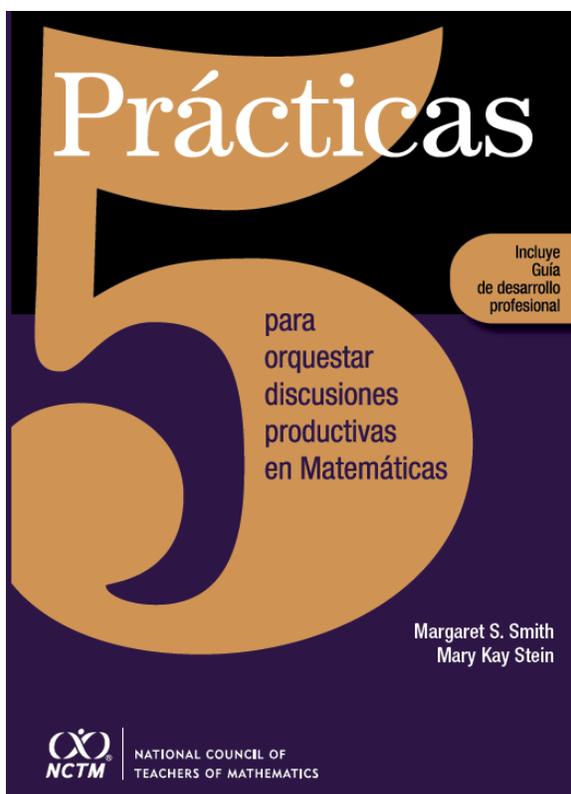
**V:** Hace un par de semanas, unos estudiantes me hacían una pregunta respecto al modelo de escuelas zapatistas en Chiapas, la pregunta iba en el sentido de ¿cómo hacer para que estas escuelas zapatistas se extiendan cuando los niños egresan de la primaria? Como yo desconocía el modelo, hablé de las escuelas Montessori. En San Cristóbal de las Casas hay una; y yo veo que se topan con lo mismo con que se topan los muchachos egresados de escuelas Montessori. Entran a una escuela de estas y les enseñan a ser libres, les enseñan a ser divergentes, les enseñan a pensar, a ser creativos, pero resulta que en San Cristóbal de las Casas después de la secundaria el modelo no se extiende, entonces van y se topan con un modelo tradicional en la preparatoria, entonces muchos, la gran mayoría de estos muchachos, cuando egresan se topan con un problema gravísimo, que es un sistema totalmente distinto al que ellos conocen, por lo tanto se convierten para la sociedad, para sus mismos padres, para los profesores, en niños problemáticos, muchachos problemáticos ¿Cómo hacer para extender eso? ¿Hay forma, habría alguna forma de extender el modelo que no se quede solamente hasta en el nivel básico?

**C:** Es difícil, yo estoy apostando a varios frentes simultáneamente, uno es el del Estado, pero poder influir en el aparato del estado es extremadamente difícil, incluso aunque usted sea el presidente del PRI, por sí mismo no puede. Hay toda una burocracia montada, en fin. Menciono eso por dar un ejemplo. Lo otro a lo que yo más apuesto hoy en día, es a lo que yo puedo hacer

en el aula con mis estudiantes, porque si yo le enseño y aquí una apreciación, no a pensar, porque los niños piensan perfectamente, hemos investigado aquí, Víctor, por varios años, ¿ya? En preescolar, en escolar hay chicos que llegan hasta la enseñanza que tienen 14 - 15 años que sus razonamientos informales, son perfectos. Pueden decirlo con garabatos, con pésimo vocabulario, etcétera, pero cuando usted mira la estructura, la estructura de razonamiento es perfecta, por lo tanto es falta que uno vaya a la escuela a aprender a pensar. Lo que la escuela tiene que hacer es, ¿Cómo potenciamos aquello? Si yo enseño al niño a usar sus funciones cognitivas adecuadamente, a saber cómo busco una información de esto que está aquí, cómo organizar información, cómo establecer criterios de búsqueda y después criterios de realización, y aquí sobre la mesa encontré todos estos elementos, entonces, los categoriza por elemento. Si, el chico sabe utilizar su temporalidad y la espacialidad y sabe perfectamente situarse esto y aquí, pero aquí también es un aquí histórico. La verdad usted no solamente está aquí en el tercer piso de tal edificio, sino que está en un Chile post dictadura, un Chile que está confundido hoy día, etcétera, ¿no es cierto? Entonces todo eso le permite a usted ir entendiendo, de tal manera que este chico cuando sale de un Montessori y entra a un sistema regular sepa sortear las dificultades que le va a pegar la sociedad. Si yo a mis hijos les enseño a ser libres en la enseñanza de la libertad de ellos tienen que estar las frustraciones, porque mañana va a tener frustraciones no puede hacer todo lo que quiere, de hecho ser libre no significa hacer lo que yo quiero, entonces ahí tendré que ponderar, cuáles son las dificultades con las cuales yo no me quiero enfrentar porque me van a romper la cabeza, ¿no es cierto? Pero cuáles son las otras que yo efectivamente podría hacer. Durante la dictadura tuvimos muchísimas experiencias preciosas, a nivel de aula, a nivel de educación popular, en que se sorteaba el peligro de la dictadura con un ingenio que usted dice, ahí estaba la persona, aparentaba que no pero estaba siendo que sí, porque eso era más valioso, porque le estaba dando esa autonomía a las personas. Yo creo que muchos proyectos alternativos han fracasado porque no han formado al niño para, “el mundo real”. Entonces, mientras estén en la escuela *Waldorff*, por ejemplo, en esa burbuja, funciona re bien, pero mañana tienen que entrar a este otro mundo. Las escuelas que han sabido hacerlo, los chicos han sabido sortear los problemas sin ninguna dificultad. Les puedo redactar dos casos cercanos de chicas que fueron a un colegio que fue alternativo un tiempo y hoy día está dentro de la esfera oficial por razones presupuestarias, en que se les enseñó a manejar la información, qué hago yo, cómo la busco, cómo la pondero, cómo la trabajo. La cambian a una, su padre se la lleva a un colegio tradicional, y la otra sale del colegio y se va a la universidad. La que va al colegio todavía sufría

porque no sabía ni esto ni lo otro y más allá, entonces criticaba en el otro colegio no me enseñaban, mis compañeros están más adelantados, etcétera. Y que era totalmente verdad, pero el colegio no apostaba a los contenidos, apostaba a como maneja la información, cómo relaciona lo posible, etcétera, ¿no? Me acuerdo un día se enfermó porque ese día daban los resultados de la prueba de física que ella consideró que le había ido horrible, nos contaba, que al medio día la llamó un compañero, ¿Por qué no viniste a clase? sacaste la mejor prueba de física, el mejor del curso, todavía no creía ella que sabía, había, como sabía estudiar, pronto se niveló y después sobrepasó a sus compañeros. La otra que entró a la Universidad a estudiar nutrición se encuentra con biología con química y durante 3 meses en la casa fue horrible, con sus padres porque “¿cómo es posible? como tal y cual mis compañeros si saben”, etcétera. Al cuarto mes, estaba por delante y terminó por delante. ¿Qué nos muestra eso? Que bien llevada una educación alternativa, capacita al sujeto para ser capaz de sortear dificultades, pero las dificultades no se sortear en un mundo de fantasía, se sortean con las dificultades reales, con tristezas, con amarguras, con incordios de todo tipo, etcétera.

**Continúa en el siguiente número de la revista.**



## Presentación del libro:

### *5 prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas*

Teniendo como telón de fondo la colaboración entre El Centro Regional de Formación Docente e Investigación Educativa (CRESUR), El Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM) y The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) se ha logrado la publicación de la traducción al español del libro *5 prácticas para orquestar discusiones productivas en Matemáticas*, una

acción más que reafirma el indudable compromiso que tienen las tres instancias antes mencionadas con la Educación Matemática.

Dentro de las tendencias actuales de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos, está presente, entre otros aspectos, la necesidad de potenciar la capacidad de comunicar información matemática así como de argumentar de procedimientos y/o soluciones por parte de los estudiantes, ya sea en torno a la resolución de problemas o bien al desarrollo de modelos matemáticos; en este tenor se vuelve necesario que las clases de matemáticas se desarrollen en un clima de debate de ideas.

Es por esto que el esfuerzo del National Council of Teachers of Mathematics para integrar recomendaciones para orquestar discusiones relevantes en la enseñanza de las matemáticas, merece difusión en nuestro país y nuestra lengua.

De manera muy breve para dar una pequeña muestra de lo que se podrá conocer en este texto y en palabras de sus autores, estas 5 prácticas:

<i>Anticipar</i>	<i>las soluciones de los estudiantes a tareas matemáticas</i>
<i>Monitorear</i>	<i>el trabajo de los estudiantes en la clase, en "tiempo real"</i>
<i>Seleccionar</i>	<i>los enfoques y estudiantes para compartirlos entre ellos</i>
<i>Secuenciar</i>	<i>las respuestas de los estudiantes en un orden específico.</i>
<i>Conectar</i>	<i>los distintos enfoques de los estudiantes con las matemáticas subyacentes</i>

Estas 5 prácticas manejables permiten a los docentes tener el control de discusiones productivas en el aula.

*Ofrece a los docentes una guía concreta para integrar estudiantes en las discusiones que hacen que las matemáticas contenidas en las lecciones de clase sean transparentes para todos. Estas prácticas instruccionales son muy oportunas a la luz de lo que se busca en los estándares para la práctica matemática en los Estándares Estatales de base común para las matemáticas, y apoyarán a los docentes y estudiantes a llevar a cabo estos estándares. Este libro servirá como valiosa fuente para futuras capacitaciones profesionales.*

Catherine Martin

Director de Matemáticas y Ciencias, Escuelas Públicas de Denver

Ex Profesora de Matemáticas de Secundaria Inferior y Superior

*Asegurar que los estudiantes tienen la oportunidad de razonar matemáticamente es uno de los retos más difíciles que enfrentan los docentes. Un componente clave es la creación de un aula en la que el discurso se anima y conduce a una mejor comprensión. El discurso productivo no es un accidente, ni puede realizarse por un docente que trabaja sobre la marcha, con la esperanza de un intercambio fortuito de ideas matemáticas significativas entre los estudiantes. Si bien reconocemos que este tipo de enseñanza es exigente, Smith y Stein presentan cinco prácticas que cualquier docente puede utilizar para propiciar conversaciones matemáticas coherentes. Mediante el uso de estas cinco prácticas, los docentes aprenderán a enseñar eficazmente a través de este enfoque.*

Fredrick Dillon

Profesor de Matemáticas, Strongsville High School, Strongsville, Ohio

Certificado por la Mesa Directiva Nacional

Premio del Presidente por Excelencia en la Enseñanza de Matemáticas y Ciencia, 1995

Comité Ejecutivo. Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas

Sin duda el trabajo de tres instituciones NCTM, CIAEM y CRESUR, muestra como la integración de esfuerzos puede aportar herramientas para el desarrollo de los maestros de habla hispana.

Celebramos ser parte de esta convergencia de voluntades en beneficio de los maestros de matemáticas.

## Recursos Audiovisuales

En este número dedicado a la Educación Matemática compartimos la Conferencia "Grandes Retos de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica", dictada por la Dra. Lourdes Figueiras Ocaña<sup>3</sup> de la Universidad Autónoma de Barcelona en el Seminario Permanente de Formación Docente y Didácticas Específicas organizado por el CRESUR y celebrado en Diciembre de 2013.



# Seminario Permanente de Formación Docente y Didácticas Específicas

## Grandes Retos de la Enseñanza de las Matemáticas en Educación Básica



### Introducción

<https://www.youtube.com/watch?v=kdlfiOINgO4>



### Reto 1. Variedad de enfoques metodológicos

<https://www.youtube.com/watch?v=VRioMCXk4o8>

---

<sup>3</sup> Es Doctora en Educación Matemática por la Universidad Autónoma de Barcelona. Integrante del grupo de investigación PREMAT y autora de artículos de investigación en revistas especializadas a nivel internacional. Es editora de la Revista Enseñanza de las Ciencias. Ha coordinado el grupo de investigación "Conocimiento y desarrollo profesional del profesorado de matemáticas" de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Desde el 2009 cuenta con la acreditación de investigación como profesora agregada de la Generalitat de Cataluña y desde 2010 con el nombramiento de profesora titular de la Universidad Autónoma de Barcelona.



**Reto 2. Conectar saberes dentro y fuera de las matemáticas**

<https://www.youtube.com/watch?v=anAsfG4Y0Ec>



**Reto 3. Evaluación formativa**

[https://www.youtube.com/watch?v=X6OYMb\\_i0-8](https://www.youtube.com/watch?v=X6OYMb_i0-8)



**Reto 4. Rendimiento de los alumnos**

<https://www.youtube.com/watch?v=YhyzXeJKMno>



**Reto 5. Motivación**

[https://www.youtube.com/watch?v=Tp2\\_RsNnKdU](https://www.youtube.com/watch?v=Tp2_RsNnKdU)



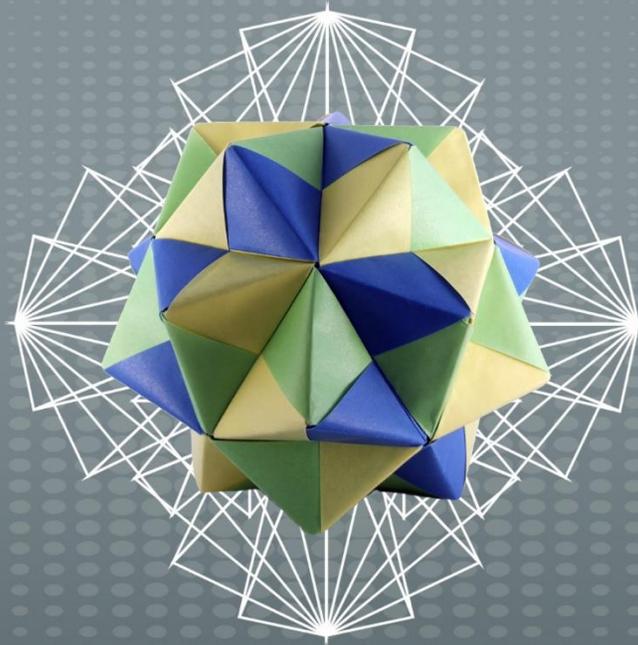
**Reto 6. Compartir en la familia**

<https://www.youtube.com/watch?v=9s-0hmvzVyEv>



**Reto 7. La participación**

<https://www.youtube.com/watch?v=EIIFLWwIXk4>



Chiapas



Veracruz



Tabasco



Oaxaca



Campeche



Yucatán



Quintana Roo



Guerrero



Centro Regional  
de Formación Docente  
e Investigación Educativa