

Una mirada a las prácticas de los formadores de la especialidad matemática: el profesor, el conocimiento y la enseñanza

Mario Dalcín | Cristina Ochoviet | Mónica Olave

Departamento de Matemática
Consejo de Formación en Educación



© Consejo de Formación en Educación
Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores
Departamento de Matemática
Asilo 3255, Montevideo.

ISBN (en línea): 978-9974-91-714-9
Primera edición: 2017

Responsables de la edición: Mario Dalcín, Cristina Ochoviet, Mónica Olave
Publicación avalada por la Comisión de Publicaciones del Consejo de
Formación en Educación

Por consultas o sugerencias: depdematematica@gmail.com

**UNA MIRADA A LAS PRÁCTICAS DE LOS
FORMADORES DE LA ESPECIALIDAD MATEMÁTICA:
EL PROFESOR, EL CONOCIMIENTO Y LA ENSEÑANZA**

Mario Dalcín, Cristina Ochoviet, Mónica Olave

*Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores
Departamento de Matemática
Consejo de Formación en Educación*

Presentación

Esta investigación fue realizada en el marco de los llamados a Equipos Investigadores de la Dirección de Formación y Perfeccionamiento docente, aprobada por Resolución 1262 del 3/4/2008, Expediente 2880/2008, y desarrollada entre 2008 y 2010 con sede en el Instituto de Perfeccionamiento y Estudios Superiores. La publicación fue autorizada por Acta 25, Resolución 14 del 25/07/2017.

En este trabajo analizamos las prácticas de los formadores de la especialidad matemática de un instituto de formación docente e identificamos el referente epistemológico relativo a la relación del profesor con el conocimiento a enseñar y con los procesos de enseñanza de los formadores participantes y, también, de libros de texto de utilización corriente en este nivel de formación.

Concluimos que es necesario implementar proyectos de trabajo que atiendan el diseño y gestión de las clases de matemática en la formación de profesores con el objetivo de formar docentes que puedan desarrollar prácticas de enseñanza acordes a las recomendaciones actuales de la enseñanza de la matemática en el nivel medio.

Índice

1	Introducción	5
1.1	Algunas reflexiones a priori	5
1.1.1	¿En qué consiste la actividad matemática?	7
1.1.2	¿Una metodología específica de enseñanza para los futuros profesores de matemática?	8
1.1.3	Acerca de las prácticas en la enseñanza media	9
2	Revisión de antecedentes temáticos	11
2.1	Reflexiones emergentes de la investigación en formación de profesores de matemática	11
2.2	Consideraciones y recomendaciones sobre la formación inicial de profesores	13
2.3	Las prácticas de enseñanza en el nivel terciario	19
2.4	Síntesis	23
3	Objetivo general y objetivos específicos	24
4	Consideraciones teóricas	25
5	Metodología	29
5.1	Revisión de textos del estudiante	30
5.1.1	Consideraciones teóricas y diseño de las categorías de análisis	30
5.2	Las observaciones de clase y las entrevistas a los docentes	34
5.2.1	Observación de clase	34
5.2.2	Las entrevistas a los docentes	37
5.3	Entrevistas a los estudiantes	38
6	Análisis de la información	39
6.1	Análisis de los libros de texto o materiales de estudio	39
6.2	Análisis de las observaciones de clase	58
6.3	Análisis global	91
7	Conclusiones y recomendaciones	96
8	Referencias	99

1. Introducción

La formación inicial de profesores en el área de las ciencias y particularmente en matemática, constituye un centro de gran interés tanto para los investigadores como para quienes diseñan los *currícula* para la formación de profesores (Furió, 1994; CBMS, 2001; Gómez, 2009).

Uno de los grandes desafíos está en conocer cómo formar profesores de matemática que puedan desarrollar prácticas de aula acordes a las recomendaciones emergentes para la enseñanza de la matemática (NCTM, 1991).

Si, como señala Farfán (1997), las transposiciones deben depender del público al que se destina la enseñanza, en nuestro caso, futuros profesores de matemática, se hace necesario conocer en primer lugar qué está sucediendo en las aulas de formación de profesores de matemática de nuestro sistema educativo para conocer si estas están en consonancia con lo que se espera de ellas.

Este trabajo aborda el análisis de las prácticas de los docentes formadores en la especialidad matemática, en un Instituto de Formación Docente, con el fin de contribuir a una mejor formación de los profesores de matemática.

1. 1 Algunas reflexiones a priori

Si nos planteamos formar *profesores de educación media en la especialidad matemática* parece claro que la formación que reciba el futuro profesor deberá estar enfocada hacia la tarea que desarrollará: enseñar matemática en el nivel medio.

Surge así una pregunta insoslayable: ¿Por qué enseñar matemática en enseñanza media? De las respuestas que se den a esta pregunta dependerá el *cómo enseñar matemática en enseñanza media*, y por tanto el *cómo formar al profesor para tal tarea*.

Entendemos que se estudia matemática en la enseñanza media porque constituye un bien instrumental, formativo, social y cultural.

Todo proyecto de enseñanza se modela en función de los conocimientos que se quieren transmitir y del tipo de aprendizaje que se quiere lograr. Seguramente todos estemos de acuerdo en que los futuros profesores deben tener sólidos conocimientos matemáticos. Pero, ¿a qué conocimientos matemáticos nos estamos refiriendo? Una posible respuesta podría ser dada en función del tipo de matemática que los profesores van a enseñar. Si bien son habituales los cambios en los programas de enseñanza media y esto podría darnos cierta incertidumbre, una mirada a los *currícula* de este nivel en otros países o el análisis de los libros de texto que utilizan, pueden ofrecernos una visión global del tipo de matemática que se enseña en este nivel. Observamos que más que un cambio en los contenidos, lo que se está operando es un cambio en las metodologías y en los centros de atención. Sin duda la incorporación de las nuevas tecnologías en la enseñanza tiene mucho que ver con esto. Según la CBMS (2001), los profesores deben tener una comprensión muy desarrollada sobre la matemática que van a enseñar. Esto implica que los futuros profesores deben estudiar estos contenidos pero a un nivel de mayor exigencia que el que van a enseñar para poder relacionarlos con otras áreas de la matemática y del conocimiento.

Esta reflexión acerca de *qué aprender* es inseparable del *cómo se aprende*. En las prácticas terciarias, es corriente que primero se enseñe la expresión formal de un conocimiento matemático y luego se presenten ejemplos y ejercicios de aplicación (Gascón, 2001; Cammaroto et al., 2003). Como consecuencia, el estudiante solo estará, en la mayor parte de los casos, en condiciones de resolver aquellos problemas que se asemejan al "problema tipo" y no otros. Esto parecería tener implicancias a nivel de las prácticas de estos estudiantes. Como docentes de Didáctica de la Matemática en el Instituto de Profesores "Artigas", hemos observado que muchos de los estudiantes de profesorado conciben a la matemática como un conjunto de resultados (axiomas, definiciones, teoremas) que ellos deben "transmitir" a

los alumnos; creen que en eso consiste la educación matemática: en observar cómo el profesor demuestra en el pizarrón una cierta cantidad de teoremas para luego aplicarlos en algún ejemplo o, quizás, nunca. Esta concepción de lo que es enseñar matemática determina en cierta forma la elección de los contenidos y la manera de presentarlos a los estudiantes de enseñanza media. Es así que en muchas de las clases que visitamos como docentes de didáctica constatamos que el practicante presenta a sus estudiantes una matemática que consiste en un conjunto de proposiciones, con sus respectivas demostraciones, en donde el estudiante juega un papel pasivo, siendo espectador de una película que se le proyecta en el pizarrón, en la que raramente participa en forma activa en la construcción del sentido de los conceptos matemáticos.

1.1.1 ¿En qué consiste la actividad matemática?

Creemos que la matemática no es simplemente un conjunto de resultados (Courant y Robbins, 1971; Davis y Hersh, 1988; Dieudonné, 1988), si bien es innegable que los tiene y que forman parte de su capital cultural, sino que es un conjunto de conocimientos que está en continua evolución. El progreso de los conocimientos matemáticos no ha sido lineal, y en él han tenido un rol fundamental problemas de distinta índole. Algunos de esos problemas han surgido de situaciones concretas de la vida real, otros han sido originados con el desarrollo de distintas ramas del conocimiento (como el cálculo diferencial e integral para resolver problemas de física) y, también, algunos conocimientos han surgido a partir de problemas puramente matemáticos. La matemática no tiene resueltos todos los problemas. Y podríamos agregar a esto, que los problemas resueltos, al decir de Poincaré, están más o menos resueltos. Cuando se intenta resolver un problema puede suceder que se originen nuevos problemas y nuevos conocimientos, o que podamos ser llevados a establecer nuevas relaciones entre este y otros conocimientos anteriores. Hacer matemática no es entonces, solamente, conocer una serie de conceptos, teoremas y procedimientos para tratar de utilizarlos. Hacer matemática es, entre otras actividades, resolver problemas. Para ello es necesario responder preguntas

y también saber planteárselas. El investigador matemático, a partir de conocimientos que ya posee, trata de resolver situaciones, formula modelos, se hace preguntas a las que intenta responder. Este complejo proceso le permite elaborar conjeturas y formular hipótesis. Produce un conocimiento matemático como solución a un problema en un contexto. Cuando elabora un resultado tiene la responsabilidad de comunicarlo y trata de hacerlo en la forma más general posible. En este proceso se desdibujan muchas veces los caminos que siguió la investigación, no aparecen algunos de los pasos intermedios, se omite gran parte de lo que previamente le permitió al matemático plantearse las preguntas y resolverlas. Y es desde esta última formulación que, en general, se presenta la matemática a los futuros profesores; de ahí la concepción que construyen sobre qué es la actividad matemática y que posteriormente transmitirán a sus estudiantes.

1.1.2 ¿Una metodología específica de enseñanza para los futuros profesores de matemática?

De la reflexión anteriormente realizada acerca de la actividad matemática, parecería existir una incongruencia entre el proceso de creación matemática y la forma en que muchos de los profesores de matemática conciben a esta actividad.

Si los formadores de matemática, a través de su accionar docente, inciden en la construcción del rol docente del profesor de matemática, cabe preguntarse: ¿debería desarrollarse e implementarse una forma de trabajo específica para enseñar a los futuros profesores de matemática?

En este sentido, compartimos la siguiente reflexión de Santaló (1994) que refiere a la metodología que debería utilizarse con los futuros profesores de matemática:

La enseñanza en el profesorado debe ser coherente, salvando los niveles y la extensión de los temas, con la que los alumnos, futuros profesores, deberán luego impartir a sus alumnos. (p. 211)

Santaló sugiere entonces, que la metodología a emplear en el trabajo con los futuros profesores debería ser coherente con la que se espera que ellos realicen en sus clases. El estudiante, desde los primeros años de su educación, configura un modelo de docente a través de su experiencia escolar. Este modelo va consolidándose a lo largo de su vida como estudiante y, romper con el modelo *normativo* (Charnay, 1995) que es el que ha imperado tradicionalmente en las aulas, le será muy difícil. Buscamos entonces aportar elementos que contribuyan a la definición del perfil del formador y al desarrollo de una práctica docente en consonancia con las recomendaciones emergentes.

1.1.3 Acerca de las prácticas en la enseñanza media

Abordaremos ahora qué entendemos por prácticas esperadas para la enseñanza de la matemática a nivel de la enseñanza media. Creemos, al igual que el Grupo Cero (1987), que el centro de atención de la enseñanza de la matemática debería desviarse de los contenidos a la actividad matemática del estudiante. Esto implica una manera especial de entender la enseñanza y el aprendizaje de esta asignatura. Tal como lo señala el Grupo Cero, consideramos que toda experiencia educativa involucra un proceso creador, tanto por parte de los estudiantes como de los profesores, cada uno de ellos en la medida de sus posibilidades y conocimientos. Dado que la mayoría de los estudiantes van a usar poco de la Matemática (entendida como disciplina científica) en su vida y dado que muchos sufren el aprendizaje de la matemática escolar como un fracaso, entendemos que uno de los principales objetivos de su enseñanza es que disfruten de su aprendizaje y no se consideren fracasados en una disciplina de tan alta consideración social. Es importante que los estudiantes desarrollen ciertas capacidades como generalizar, abstraer, formular hipótesis y someterlas a prueba, comunicar sus ideas y “hacer frente a situaciones nuevas con la confianza de que pueden ser comprendidas y, en su caso, resueltas” (Grupo Cero, 1987, p. 16). Entendemos que la actividad matemática resulta óptima en este sentido ya que en su seno el alumno encontrará situaciones ideales que le demandarán poner en juego todas estas capacidades. Consideramos,

como el Grupo Cero, que para que los estudiantes aprecien en qué consiste la matemática, es suficiente que experimenten durante la enseñanza media situaciones problemáticas en las actúen como matemáticos, esto es, que se hagan preguntas, que exploren, que investiguen, que tomen decisiones y que comuniquen con claridad sus resultados. Este tipo de trabajo contribuirá al desarrollo de: actitudes personales positivas hacia sí mismo y hacia la matemática; estrategias propias de la actividad matemática; y particularmente, una concepción de la matemática como construcción humana y social.

2. Revisión de antecedentes temáticos

A continuación reportaremos algunos trabajos que por sus objetivos de investigación o problemática analizada, guardan relación con la temática que nos proponemos abordar. La revisión de antecedentes temáticos estará organizada de la siguiente manera:

- Reflexiones emergentes de la investigación en formación de profesores de matemática.
- Consideraciones y recomendaciones para la formación inicial de profesores en matemática.
- Prácticas de enseñanza en el nivel terciario.

Luego ubicaremos este proyecto en relación a las investigaciones reportadas y destacaremos la aportación que pretendemos realizar en el campo.

2. 1 Reflexiones emergentes de la investigación en formación de profesores de matemática

En Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna (2005) se sostiene que ante la demanda de una mejor formación para los profesores se empezó a comprender que se necesitaba conocer más acerca de la formación y los efectos que esta tiene. Esto redundó en una profusión de investigaciones al respecto. Estos autores reportan un estudio sobre un número importante de investigaciones acerca de la formación de profesores en un período que va desde 1999 a 2003. En este estudio destacan cómo, quién, dónde y qué, se ha estudiado en el campo de la educación de los profesores de matemática. Del estudio surgen algunos temas emergentes que plantearemos a continuación.

- *Predominan las investigaciones cualitativas de pequeña escala, de menos de 20 profesores.* Afirman que tiene sentido que en un nuevo campo emergente como este, los investigadores, en una primera instancia, se dediquen a un número reducido de casos (pudiendo ser un único profesor) para poder desarrollar marcos teóricos y metodológicos. Parecería natural

que los estudios en pequeña escala antecederan a estudios de mayor envergadura.

Sostienen que en la investigación acerca de profesores siempre importa tomar en cuenta sus intereses, compartir la meta de la investigación con ellos y negociar su rol y participación en el estudio. Esta es una diferencia importante a destacar en relación a estudios que se realizan con estudiantes.

Desarrollar una teoría sobre el aprendizaje de los profesores es un asunto clave para la investigación en este campo (para hacerlo se consideran tres estadios: conceptualizar, modelizar y teorizar). Los estudios cualitativos en pequeña escala hacen contribuciones significativas para conceptualizar la complejidad de la formación de los profesores y modelizar los procesos individuales de aprendizaje de los profesores.

- *La mayoría de las investigaciones acerca de la formación de profesores son llevadas adelante por profesores investigadores que estudian a colegas con los que trabajan.* Afirman que esto sucede debido a que el profesor de formación docente tiene como responsabilidad profesional tanto enseñar como investigar, siendo este último un aspecto importante en su desarrollo profesional. Investigar a sus colegas le permite, además, mejorar su propia práctica. Es importante involucrar a los profesores en las actividades de investigación para ayudarles a hacer reflexiones críticas y sistemáticas acerca de sus propias prácticas. En general los docentes no leen resultados de investigaciones, pero el verse involucrados en proyectos de este tipo contribuiría a revertir esta situación.

Destacan que uno de los inconvenientes que tiene el investigar a los propios colegas puede ser la dificultad de tomar distancia frente a lo que se está observando. Es necesario, entonces, desarrollar un lenguaje teórico descriptivo sólido y específico para la investigación en formación docente que pueda contribuir a tomar esa distancia necesaria entre el que observa y lo que es observado.

- *Las investigaciones mayoritarias en este campo corresponden a países angloparlantes.* Un buen aporte al desarrollo del campo podría ser la producción de investigaciones que tuvieran en cuenta características peculiares de la formación de docentes de cada país. Se necesitan mejores teorías locales de formación de docentes antes de llegar a teorías generales de cómo aprenden los futuros profesores. El campo necesita trascender las barreras culturales e idiomáticas para beneficiarse de múltiples tradiciones y diferentes escuelas de pensamiento. Esto contribuiría a contrarrestar la generalización abusiva en que incurren ciertos estudios de origen angloparlante dado lo escaso de la producción autóctona.

- *Se han estudiado algunos temas en forma extensiva, mientras que otros quedan sin examinar.* Luego de analizar qué aspectos de la formación de profesores se han estudiado, proclaman que la dirección que debería tomar de aquí en más este campo de estudio es hacia:

- la elaboración de mejores teorías locales de formación de profesores antes de llegar a teorías generales de cómo aprenden los futuros profesores,

- saber más y mejor acerca de qué significa enseñar matemática y a la vez enseñar a enseñar,

- saber cómo influyen la matemática y la enseñanza en el desarrollo e identidad de los profesores.

2. 2 Consideraciones y recomendaciones sobre la formación inicial de profesores

Santaló (1994) realiza una reflexión acerca de cómo deberían formarse los docentes teniendo como referencia el futuro profesional que estos docentes van a desempeñar y las demandas que impone el trabajo en un aula de matemática. Este autor señala que:

Las materias que en ellos [los institutos de formación docente] deben cursar los alumnos, futuros profesores, se suelen clasificar en matemática propiamente dicha, en las que se enseña “qué” enseñar, y en materias de didáctica o metodología en las que se enseña “cómo” enseñar. Se trata de una

división que, entendemos, debería desaparecer o transformarse mucho. Se ganaría en eficacia y tiempo si en todas las materias de Matemática se aplicara la metodología que luego el profesor de didáctica especial se encarga de recomendar. Se ha escrito mucho y experimentado otro tanto sobre la enseñanza de la matemática (método basado en la resolución de problemas, método de los proyectos, división en áreas, módulos, actividades fuera del aula y su coordinación con ella, enseñanza individualizada o personalizada, integración con otras materias...). Posiblemente ninguna exclusividad es buena o aplicable de manera universal. Depende del número de alumnos, de su preparación previa y del material educativo disponible. Pero lo esencial es que todo ello sea conocido y sobre todo, practicado, en todas las materias de matemática del profesorado, sin excepción, y sin esperar que, aparte de ellas, el profesor de didáctica lo exponga o recomiende. En otras palabras, creemos que la didáctica hay que practicarla continuamente, para que luego el futuro profesor la aplique en sus cursos como cosa natural, puesto que así le fue enseñada durante su carrera.

No se debe, por ejemplo, dar un curso de Álgebra Lineal o de Cálculo Infinitesimal para futuros profesores, de igual manera que para licenciados en matemática, ingenieros o economistas. La enseñanza en el profesorado debe ser coherente, salvando los niveles y la extensión de los temas, con la que los alumnos, futuros profesores, deberán luego impartir a sus alumnos. (pp. 210-211)

Mellado (1996) reflexiona sobre la metodología utilizada en la formación de profesores y señala que:

Si los profesores en formación toman como referencia, positiva o negativa, para la enseñanza de las ciencias, a los profesores que han tenido a lo largo de su etapa escolar, es fundamental que la metodología utilizada durante la formación inicial sea consistente con los modelos teóricos que propugnan. En caso contrario, los estudiantes para profesores aprenderán más de lo que ven hacer en clase, que de lo que se les recomienda hacer. (p. 57)

Tal como se afirma en Ochoviet (2010), la observación en la práctica docente siempre ha formado parte del proceso de formación inicial y se la continúa jerarquizando como un elemento más para la reflexión sobre las prácticas. Ahora bien, en las clases de los formadores, los futuros docentes

también observan, aunque si queremos ser más precisos, ya que de hecho se podría objetar que no hay una intencionalidad de observar, ni criterios que orienten dicha observación, ni fuentes teóricas directamente implicadas, vale la pena reflexionar, de qué forma esa exposición del estudiante en la práctica del docente formador, incide en el proceso de formación, con el agregado de que en este proceso no existen instancias de reflexión crítica intencional sobre lo observado –o mejor dicho vivenciado– como sí existe en referencia a la práctica docente. Esto tiene implicancias al momento de pensar en las prácticas deseables para un formador. El formador en su accionar, en las decisiones que toma, en las actividades que propone, en forma más o menos implícita, está dando un mensaje sobre la práctica de la enseñanza, lo que nos daría entonces elementos para considerar la especificidad del perfil del formador y de su tarea docente.

Blanco (1996) analiza qué enseñar y qué aprender durante el período de formación inicial. Si bien su reflexión está dirigida a la formación de maestros de primaria en matemática, entendemos que aborda importantes puntos cuya consideración es de valor en la formación de un profesor de matemática pues Blanco parte de lo que un estudiante trae de su pasaje por la enseñanza primaria y media. Este autor señala que durante ese trayecto de formación los estudiantes han recibido información y formación sobre contenidos matemáticos específicos. Pero lo que han aprendido no solamente refiere a conceptos y procedimientos, entre otros asuntos matemáticos, sino que han adquirido concepciones sobre la materia, que perdurarán en su memoria más que los contenidos que han aprendido y afectarán su práctica de enseñanza tanto en la elección de los contenidos como en la forma de enseñarlos.

Ball y Wilson (1990; referido en Blanco, 1996) observan que los docentes principiantes prefieren utilizar metodologías tradicionales basadas en exponer y mostrar a los estudiantes formas de hacer matemática utilizando procedimientos que están muy lejos de los postulados actuales de corte constructivista. Estas creencias generales referidas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática están basadas en su experiencia como

estudiantes y van a perdurar en sus mentes más allá del período de formación inicial.

Blanco (1996) recomienda que quienes van a enseñar matemática deben tener conocimiento “de” y “sobre” la matemática y por ello será necesario analizar, durante el período de formación, los tópicos matemáticos necesarios para desenvolverse como profesionales pero atendiendo una nueva perspectiva que considere la estructura de la disciplina, la relación con otras disciplinas, las estructuras básicas y la historia de la matemática, entre otros aspectos. Todo esto enmarcado en las nuevas perspectivas que se imponen en educación matemática. En la formación inicial deben abordarse entonces aquellos contenidos que faciliten un cambio de concepción en los futuros enseñantes referido a qué es la matemática y cómo se enseña, para que estos puedan desarrollar prácticas más acordes a las nuevas exigencias que se imponen.

Pero, tal como lo establece Blanco, será necesario acompañar la enseñanza de los contenidos con metodologías activas que sean, en cierta forma, isomórficas con la metodología que se espera que los futuros profesionales desempeñen en sus clases. Esto contribuiría a disolver la contradicción existente en los centros de formación docente, en los cuales usualmente se asume teóricamente el constructivismo pero en las aulas imperan las metodologías tradicionales basadas en la exposición. Blanco afirma finalmente, que los futuros docentes deberían ser enseñados de forma similar a como ellos deberán enseñar: explorando, conjeturando, comunicando, razonando, etcétera.

Estas últimas recomendaciones de Blanco se apoyan en las recomendaciones de la NCTM (1991) donde específicamente se recomienda que:

Los futuros profesores de matemática deben ser enseñados en forma parecida a como ellos habrán de enseñar –explorando, elaborando conjeturas, comunicándose, razonando, y todo lo demás. Por consiguiente, los centros de formación del profesorado y los departamentos de ciencias matemáticas

deben reconsiderar sus programas de formación a la luz de estos criterios curriculares y de evaluación. (p. 259)

Azcárate (1998) hace una reflexión sobre las características del conocimiento profesional deseable para los futuros profesores de matemática y sus fuentes de información básicas sobre las que es necesario estructurar su formación inicial. También hace una propuesta de diseño para el módulo de didáctica de la matemática.

Señala que los futuros profesores, debido a su larga experiencia como alumnos, poseen un significativo bagaje de concepciones sobre la educación fuertemente arraigado en sus sistemas de ideas. Que han recibido la mayor parte de su formación desde profesores dedicados a la transmisión de los contenidos formales matemáticos, quienes, en su mayoría, equiparan enseñar a instruir, hecho que solo ha potenciado la forma natural de aprendizaje que se desarrolla en el sistema: la imitación desde la observación. Este tipo de aprendizaje no ha permitido proveer a los futuros profesores de modelos o formas alternativas de pensar sobre los problemas de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Afirma que de hecho, la evidencia empírica pone de manifiesto que los futuros profesores tienden a repetir los procedimientos de sus antiguos profesores, sin tener claro la idoneidad de dichos procedimientos y su significado. En otras palabras, los futuros profesores poseen ciertos conocimientos formales relativos a la matemática pero, si no se quiere perpetuar la situación actual, necesitan una formación que les permita pensar sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. De acuerdo a la realidad española de la formación de profesores, afirma que resulta difícil incidir en las resistentes y estables concepciones implícitas que los futuros profesores tienen sobre lo que es enseñar y aprender matemática.

En Blanco y Borrallho (1999) se señala que para contextualizar el contenido en la formación de los profesores se debe tener en cuenta a los participantes del programa de formación y el contexto en el que estos desarrollan su acción. Esto queda claramente expresado en palabras de García, Escudero, Llinares y Sánchez (1994, referido en Blanco, 1997):

Y todo ello, con el objetivo de que los programas de formación permitan capacitar a los futuros profesores para que puedan llegar a caracterizar, en su práctica futura, una nueva cultura matemática escolar, diferente de la que proceden como aprendices. Lo que debe llevarnos a definir nuevas prácticas sociales alternativas en las aulas de los programas de formación. (p. 37)

En Nicol (1999) se reporta un estudio diseñado para explorar cómo los futuros docentes aprenden a enseñar matemática. Esto se da en el contexto de la práctica docente en la que se analiza la comprensión de los futuros docentes y las tensiones que estos experimentan en el aula. Afirma que alentar a los futuros docentes a ver la enseñanza de la matemática en forma diferente a cómo alguna vez la aprendieron, a cómo la mayoría de sus profesores posiblemente la hayan aprendido, a cómo otros docentes en sus futuras clases pudieran enseñarla, es un gran desafío para la formación docente. Una de las principales conclusiones a las que arriba es que los formadores pueden influir en el pensamiento y creencias de los futuros profesores de matemática de forma que estos sean capaces de proponer cambios sustantivos en la enseñanza.

En Porlán, Martín del Pozo, Toscano, y Rivero (2001) se muestran dos enfoques de formación de profesores antagónicos. En el primero, el saber disciplinar es presentado como “un saber verdadero, superior al saber vinculado a la experiencia docente y libre de influencias éticas e ideológicas” (p. 14). En este tipo de enfoque se promueve la acumulación de información, poco determinante en el cambio y desarrollo escolar.

En el segundo, se presentan enfoques intuitivos, espontáneos y activistas, como, por ejemplo, creer que a enseñar se aprende enseñando. Estos enfoques “espontaneístas” se identifican frecuentemente con rutina, experiencia cotidiana cargada de ideología subyacente y, como plantea Porlán et al., cargados de “concepciones socialmente hegemónicas”, que no son fruto de consensos reflexivos ni críticos, sino de imposiciones y percepciones, en donde las personas identifican una manera de pensar con “la forma natural” de pensar y una visión personal con la única visión.

Finalmente, los autores abogan por “una perspectiva compleja, crítica y constructivista de la formación del profesorado...” que “...implica, como meta estratégica, una concepción investigativa del trabajo docente” (p. 15). Ubica en estos modelos docentes emergentes aquellos que, además de favorecer la construcción del conocimiento, asumen la formación del docente bajo una visión investigativa y crítica.

2. 3 Las prácticas de enseñanza en el nivel terciario

Creemos necesario referirnos ahora a investigaciones en las que se caracterizan las prácticas de los profesores del nivel terciario por tratarse de un aspecto directamente relacionado con la temática en la que hemos situado nuestro interés.

Mellado (1999) realiza una revisión de trabajos de investigación sobre el profesorado universitario de ciencias experimentales abarcando los siguientes aspectos: concepciones sobre la naturaleza de las ciencias, concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, actitudes y conocimiento práctico. Este autor señala que de las dos funciones básicas del profesorado universitario, la docencia y la investigación, es esta última la que al profesorado le reporta los mayores beneficios para su economía, prestigio y promoción académica. Mellado reflexiona que en ese contexto, la docencia ofrece menos atractivos que la investigación y por ello existe poca preocupación por ella. Señala que en el ámbito universitario, prevalece en el profesorado un pensamiento docente espontáneo con concepciones que refuerzan la idea de que para ser profesor es suficiente con tener conocimientos de la asignatura que se enseña, experiencia, sentido común y cualidades personales innatas. En relación a las concepciones del profesorado universitario sobre la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, Mellado reporta que un grupo de investigaciones, tanto cualitativas como cuantitativas, han detectado mayoritariamente concepciones tradicionales transmisivas sobre la enseñanza.

De la Cruz et al. (2001) realizaron un estudio sobre los discursos que los docentes, a cargo de la formación de futuros profesores, utilizan en sus clases (Universidad Nacional del Comahue, Argentina). Las asignaturas en que se concentraron fueron: matemática, ciencias biológicas, educación física y algunas materias del área pedagógica, en particular las didácticas especiales, la didáctica general y las psicologías. Los resultados muestran diferencias en los actos de habla que se corresponden con las diferencias en las concepciones de enseñanza. La enseñanza orientada hacia la actividad del docente y la transmisión de conocimientos se lleva a cabo a través del predominio de actos de habla tales como: expone, indaga, usa recursos didácticos y corrige; en cambio, la enseñanza centrada en la actividad del alumno y la facilitación del acceso al conocimiento es la que utiliza entre los actos de habla: indaga, aclara, argumenta.

A continuación, reportaremos los hallazgos de De la Cruz et al. (2001) centrándonos en los referidos a los profesores de matemática. Los autores encontraron que en las clases de matemática, cuyos profesores evidenciaron una orientación centrada en el conocimiento, es el profesor quien lo selecciona, lo organiza y lo expone. La presentación del conocimiento se lleva a cabo mediante el discurso verbal y el uso de recursos didácticos como ser el uso de dibujos o esquemas o el propio razonamiento matemático que queda plasmado por el docente en el pizarrón. En estas clases el modo de integrar al alumno es mediante el chequeo sistemático a través del cual el profesor indaga el grado de ajuste entre el conocimiento científico y el conocimiento del alumno. Señalan que el profesor chequea en forma permanente, indagando sobre el modo en que es comprendido el conocimiento por el alumno. En cuanto al tipo de conocimiento que predomina en matemática, encontraron que es el conocimiento validado y consensuado por la comunidad científica y académica.

Reportan que todos los profesores, en mayor o menor grado y con mayor o menor éxito, procuran facilitar el aprendizaje. Sin embargo, son distintos los modos a través de los cuales plantean la facilitación. Mientras los profesores

de matemática procuran promover el acceso o la adquisición de un conocimiento científico, en las materias pedagógicas este acceso no es un fin sino más bien un medio para promover otros procesos, tales como la reflexión, la explicitación, la expresión y comunicación de las ideas propias del alumno. Es en este sentido que en las clases del área pedagógica el conocimiento de los alumnos suele adquirir mayor o igual importancia que la adquisición del conocimiento científico.

En Cammaroto, Martins y Palella (2003) se analizan las estrategias instruccionales empleadas por los profesores del área matemática en la Universidad Simón Bolívar (Venezuela). Se diagnosticaron las técnicas de enseñanza, las actividades y los medios de aprendizaje usados en clase de matemática. Se evidenció que la estrategia utilizada por la mayoría de los profesores es la clase magistral. Ante esta situación los estudiantes siguen los esquemas de la educación tradicional: observan y escuchan al profesor, y se limitan a tomar apuntes. Los medios instruccionales empleados son el pizarrón y las guías teórico-prácticas.

Moreno y Azcárate (2003) presentan una investigación en la que se caracteriza a los profesores de matemática universitarios en términos de sus concepciones y creencias, estableciéndose el nivel de coherencia y consistencia de estas. Para la caracterización de las creencias de los profesores se observó: la forma de evaluación, las explicaciones del profesor, el contenido matemático y la forma de enfocarlo, los recursos y metodología utilizados por el profesor, y sus ideas acerca de la formación del profesor y la profesionalización docente. Los autores concluyen que la metodología de enseñanza dominante en el ámbito universitario es la clase magistral en la que el profesor de matemática ocupa un papel central y relevante. Destacan que ninguno de los profesores del estudio siente la necesidad de utilizar otro tipo de metodología de enseñanza. Los profesores creen que la buena enseñanza está casi exclusivamente relacionada con su nivel de conocimientos matemáticos; de ahí que no se planteen la necesidad de una formación didáctica que les proporcione herramientas de trabajo en clase. Ninguno de los profesores encuestados valora

suficientemente a los estudiantes más allá de las creencias, muy asentadas, que todos los profesores tienen sobre los mismos. No consideran diferentes estilos de aprendizaje, quizás porque el reconocimiento de estos los obligaría a reorganizar su enseñanza para que pudiera atender las diferentes necesidades de aprendizaje y los diferentes niveles de los estudiantes. En general, los profesores prefieren descargar las responsabilidades sobre el fracaso de la enseñanza en los propios estudiantes, sus actitudes y su escasa formación matemática, sin ni siquiera plantearse que se les está exigiendo que se acomoden a un tipo de enseñanza normativo y tradicional, válido para estilos de aprendizaje por imitación, que no tienen por qué coincidir con los específicos de cada estudiante. Finalizan, compartiendo con Bishop (1991), que el proceso de enseñanza resulta: asimétrico, ya que no hay un verdadero reparto de responsabilidades entre el profesor y el estudiante, falta de intencionalidad, pues las metas y los objetivos no quedan claros, y la enseñanza se reduce a un conglomerado de contenidos conceptuales y tareas de ejercitación sin una clara finalidad, excesivamente idealizado, en el sentido de que el profesor acaba manejando muchas ideas matemáticas que necesitan ser compartidas con los estudiantes y ser comunicadas con claridad para no afectar el éxito del proceso de enseñanza. Afirman que esto trae como consecuencia inmediata: la pérdida de interés por parte de los estudiantes, la búsqueda de claves que les permitan superar la asignatura sin grandes complicaciones y su adaptabilidad a las exigencias de enseñanza.

En Ochoviet y Olave (2009) se analizan los modelos docentes presentes en una institución de formación de profesores de matemática en Uruguay. Se detectaron tres modelos docentes a partir de la caracterización de tres categorías metodológicas: el modelo centrado en la enseñanza o modelo tradicional, un modelo de transición en el que se intenta desarrollar el abordaje de los contenidos con la participación activa de los estudiantes -en mayor o menor grado- y un modelo centrado en el aprendizaje que rompe, a diferencia de los otros dos, con la clase frontal y se caracteriza por favorecer las interacciones multidireccionales. No obstante, se hace necesario continuar profundizando en la puesta en escena de las propuestas

metodológicas propias de este último modelo que no logran abarcar todos los roles del docente en este nivel de formación.

En la mayoría de las clases que se presenciaron no se observó un ambiente de trabajo consecuente con las recomendaciones emergentes para la formación de profesores de matemática. Esto es, no se configura la clase de formación docente como ámbito de producción de conocimientos.

2. 4 Síntesis

Destacaremos tres aspectos fundamentales que surgen de la revisión realizada. El primero refiere a las recomendaciones emergentes para la formación de profesores de matemática relativas a la metodología que se espera desarrollen en sus clases los profesores formadores: una metodología que sea similar a la que los estudiantes habrán de desarrollar en su futuro profesional. El segundo aspecto refiere a la inevitable consideración del formador como un referente en la enseñanza de la matemática, referencia que es difícilmente evitable dado que, como ya se señaló, la visión crítica de la práctica del docente formador no constituye un objeto de análisis del proceso de formación del profesor. El tercer aspecto que señalaremos en esta sección refiere al tipo de prácticas predominantes en el nivel terciario que, en general, se caracterizan por ser de corte tradicional. Si atamos estos tres asuntos, parece claro que, al menos en el nivel de formación de profesores, se hace necesario un cambio en las prácticas de los formadores que sea más acorde a la que se espera desarrollen en sus clases los futuros docentes.

3. Objetivos generales y específicos

Objetivo general

Desarrollar elementos que contribuyan a definir el perfil del formador de profesores de matemática y a caracterizar su práctica docente en este nivel de formación.

Objetivo específico

Identificar el referente epistemológico de los formadores de la especialidad matemática en un instituto de formación docente, en un momento dado, en las áreas de geometría, álgebra y análisis, relativos al profesor y su relación con el conocimiento científico y el profesor y los procesos de enseñanza.

Cada profesor formador imprime a su curso un determinado enfoque que queda plasmado en el aula a través de las secuencias de enseñanza que implementa, de las actividades que propone y de la gestión que realiza de la clase. Entonces se hace necesario detectar estas prácticas de aula y caracterizarlas, para compararlas con las que sugieren las investigaciones en torno a cómo deberían formarse los futuros profesores de matemática y elaborar recomendaciones que permitan emprender proyectos de trabajo acordes a las demandas de la formación docente.

4. Consideraciones teóricas

Presentaremos a continuación las consideraciones teóricas que darán marco a nuestro proyecto.

Según Albert (1998) el desarrollo del pensamiento crítico del profesor se ha convertido en una necesidad cada vez más apremiante porque eso mismo se espera de los estudiantes. Albert señala que, en estudios hechos con profesores, se ha observado que estos tienen la creencia de que lo que enseñan en el salón de clase es ciencia y que los estudiantes tienen la misma creencia. Sin embargo, los conocimientos enseñables, como lo muestra la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 2000), distan mucho, en la mayoría de los casos, de ser los que les dieron origen. Estas posturas frente a lo que es el conocimiento provocan una tendencia a considerarlo *estático* tanto por parte de los docentes como de los estudiantes. Según Albert, la siguiente idea ilustra bien esta postura: *“Tú no vas a inventar (o demostrar) lo que ya está inventado (o demostrado), hazlo como te digo”*, diría un profesor a su alumno. Con lo cual la actividad del estudiante se reduce a la memorización y mecanización para aprobar exámenes, y la del profesor a dar un enfoque desvinculado de todo contexto histórico o social y con excesivo énfasis en el desarrollo de habilidades algorítmicas.

De las aportaciones de Piaget se desprende que tanto el sujeto como el objeto cambian en el proceso de conocer y, por tanto, el conocimiento mismo de las cosas. Los estudios psicogenéticos han puesto de relieve que la acción constituye la fuente común del conocimiento lógico-matemático y del conocimiento físico del mundo. Es desde los sistemas de acción que puede comprenderse la contribución del objeto y del sujeto en el conocimiento, ya que tales instrumentos de conocimiento se modifican en virtud de las “resistencias” de los objetos y, a su vez, los objetos solo son conocidos por la acción estructurante del sujeto. Estas aportaciones epistemológicas han dado una nueva visión de la relación de conocimiento sujeto-objeto como *dinámica*. Tanto el sujeto como el objeto y el

conocimiento sobre este, cambian. Desde esta perspectiva, el profesor puede *desarrollar pensamiento crítico* de su propia labor a partir de su *referente epistemológico*. Este referente puede ser identificado en el análisis de los elementos que componen la relación de conocimiento sujeto-objeto como *estáticos* o *dinámicos*. El uso de estos dos referentes epistemológicos a modo de clasificación nos es útil para la reflexión pero difícilmente los encontraremos en estado "puro".

Según Albert, en el salón de clase se pueden identificar, entre otros, cuatro tipos de relaciones epistemológicas fundamentales: (a) El profesor y su relación con el conocimiento científico, (b) El profesor y los procesos de enseñanza, (c) El alumno y los objetos de aprendizaje y (d) El alumno y sus procesos de aprendizaje.

La primera se refiere a las distintas relaciones que se establecen entre el profesor y el conocimiento científico. Es fácilmente identificable en el paradigma tradicional con *un referente epistemológico estático* pues, con frecuencia, se identifican los conocimientos científicos de los expertos con los conocimientos científicos enseñables. De modo que el profesor transmite la idea de que está enseñando ciencia (conocimiento científico), cuando, en realidad, solo está enseñando un conocimiento enseñable que ha sufrido muchas transposiciones desde el conocimiento científico hasta el que comunica en el aula.

Pero, si en cambio, el profesor entiende que el conocimiento por él adquirido no es algo que ya ha alcanzado como se alcanza una meta, sino que está en una continua búsqueda hacia la profundización del conocimiento científico, nos indicaría un primer avance hacia un *referente epistemológico dinámico*. Así, el profesor ya no se autodefine como "el que sabe", sino que continúa aprendiendo y procurando nuevos conocimientos.

De modo que se confrontan dos pensamientos radicalmente opuestos en los profesores: el que corresponde a un continuo ir aprendiendo y profundizando en el saber, y el que cree que por tener cierto dominio de los

conocimientos que enseña, ya por eso "sabe", y, por tanto, no necesita más. Consideramos que estos dos referentes nos darán un marco desde el cual interpretar y analizar las prácticas docentes en la formación de profesores.

La segunda relación considera que la postura epistemológica del profesor condiciona de manera decisiva su manera de enseñar. Hay posturas *imitadoras*, como la de que para ser un buen profesor basta con imitar lo bueno de los maestros que se ha tenido y evitar lo negativo. Otra postura es la *pedagógica tradicional*, esto es, basta con la puesta en práctica de conocimientos generales de pedagogía y didáctica para ser un buen profesor. Estas posturas pertenecen a un referente epistemológico estático ya que los profesores creen que los procesos de enseñanza están plenamente identificados y están seguros de qué es lo que hay que hacer para lograr una buena enseñanza.

Por el contrario, hay otras posturas, pertenecientes a un referente epistemológico dinámico, en las que los procesos de enseñanza están continuamente modificándose debido a la confrontación entre los procesos de enseñanza y los aprendizajes de los estudiantes, así como a las investigaciones sobre dificultades y rutas más adecuadas para el aprendizaje de los alumnos.

La tercera relación considera que el estudiante también tiene una postura epistemológica que condiciona su modo de aprender. Es muy frecuente que los estudiantes tengan la creencia de que lo que se les enseña en las instituciones es conocimiento verdadero e inamovible y no llegan a tener conciencia clara de que eso que llegó al salón de clase no es más que una serie de conocimientos preparados para ser enseñados. Desde una referencia epistemológica dinámica, se trataría más bien de encaminar al estudiante por sendas que lo conduzcan a la construcción del saber de modo que asuma el compromiso de que la formación es un proceso que se realiza durante toda la vida.

La cuarta relación hace referencia al conocimiento que tiene el estudiante sobre cómo aprende. Según Albert, se ha insistido muy poco desde las instituciones en pretender hacer responsable al estudiante de su propio aprendizaje y, por tanto, de estar atento él mismo a sus procesos de aprendizaje que no necesariamente deben ser iguales a los de sus compañeros, pues estos procesos dependen de múltiples factores, muchos de ellos de naturaleza personal.

Como nuestro objetivo es identificar el referente epistemológico de los profesores formadores a partir de su práctica de aula, complementaremos la perspectiva de Albert (1998) con la de Gargallo et al. (2007) para explicitar en forma más fina la concepción de conocimiento que asociaremos a los referentes epistemológicos *estático* y *dinámico* planteados por Albert.

Gargallo et al. (2007) suscriben a la concepción que establece dos modos fundamentales de abordar la docencia en el nivel terciario: el modelo centrado en la enseñanza (modelo tradicional, centrado en el profesor, de transmisión de información, expositivo) y el modelo centrado en el aprendizaje (modelo constructivista, centrado en el alumno, de facilitación del aprendizaje). Entienden que estos dos modelos constituyen posturas extremas y que modelos intermedios son posibles. En el primer modelo, que identificamos con un referente epistemológico estático, el conocimiento se entiende como algo construido externamente. Existe un corpus de conocimientos científicos acotado por la disciplina y elaborado por grandes pensadores que hay que transmitir y que posee el profesor. Es este quien tiene la responsabilidad de organizar y transformar el conocimiento. En el segundo modelo, que identificamos con el referente epistemológico dinámico, el conocimiento se entiende como una construcción social y negociada y la responsabilidad de organizar y transformar el conocimiento es del profesor y del alumno.

5. Metodología

Describiremos a continuación cómo se llevó adelante este trabajo de investigación que se centró en aspectos cualitativos de la tarea docente del formador de profesores de matemática.

Desarrollamos cuatro tipos de actividades fundamentales: revisión de libros de texto, observación de clases, entrevistas al profesor y entrevistas a estudiantes.

1. *Revisión de textos del estudiante*

En primer lugar realizamos una revisión de los textos del estudiante que los docentes participantes recomiendan a sus alumnos. Esta decisión se fundamenta en que los libros de texto *autorizan* una didáctica (Chevallard, 2000). Estos textos, nos permiten entonces, de alguna forma, acercarnos a las prácticas docentes y tener una noción de qué se enseña y cómo se enseña. También nos brindan información del discurso matemático escolar y de los distintos enfoques didácticos de los temas.

2. *Observación de clases y entrevistas a los profesores*

En mutuo acuerdo con los docentes responsables de los cursos de álgebra, análisis y geometría de un instituto de formación docente, realizamos diez observaciones de clase de una hora y media de duración para conocer cómo enseñan diferentes tópicos, la secuencia de enseñanza que siguen, las actividades que plantean a los estudiantes y la gestión de clase que realizan. Las clases observadas fueron audio grabadas. Esto nos permitió identificar con mayor fidelidad el discurso matemático escolar y observar las reacciones de los estudiantes en situación de clase. En forma previa y posterior a la clase observada se realizaron entrevistas a cada uno de los diez docentes con el objetivo de contrastar lo que el docente dice con lo que el docente hace. Estas entrevistas también fueron audio grabadas.

3. *Entrevistas a los estudiantes*

Realizamos una entrevista conjunta a dos estudiantes de cada una de las clases observadas con el propósito de indagar qué consideraban que habían aprendido en la clase observada y cuáles consideraban que habían sido los aportes fundamentales de la misma.

5. 1. Revisión de textos del estudiante

5.1.1 Consideraciones teóricas y diseño de las categorías de análisis

González y Sierra (2004) señalan que el libro de texto puede ser considerado como un elemento cultural que refleja la manipulación social que elige unos contenidos frente a otros, que les impone una estructura determinada y que propone cierto tipo de problemas con unas herramientas semióticas y no otras. Por esto, resulta importante analizar los textos que utilizan y recomiendan los profesores en sus cursos ya que, no solo funcionan como transmisores de contenidos aceptados socialmente, sino también, determinan una práctica de enseñanza que es reflejo de la epistemología del autor y también de quien lo utiliza y recomienda.

Realizamos entonces una revisión de libros de texto con la finalidad de obtener información acerca de los modos de enseñanza que estos autorizan, en las áreas en las que nos concentramos: álgebra, geometría y análisis. Esto nos permitió un primer acercamiento a la epistemología del profesor, es decir, a la forma en que el profesor concibe a la matemática y a su enseñanza y aprendizaje. Para elaborar el protocolo de análisis de texto tomamos algunos aspectos de los trabajos de Blanco (1994) y González y Sierra (2004).

Blanco (1994) destaca varios aspectos para el análisis de los materiales curriculares que plantearemos en forma de preguntas:

- *¿Qué concepción del conocimiento subyace en el libro de texto?*
¿Es cerrado o abierto? ¿Estable o en construcción? ¿Debatible o verdadero?

- *¿Cuál es la concepción de enseñanza que deja entrever?*
Transmisión, compartir significados, aceptación de la autoridad del texto del profesor, posibilidad/necesidad de adecuarse a los estudiantes.
- *¿Cuál es la concepción de aprendizaje?*
¿Receptivo o constructivo? ¿Individual o cooperativo? ¿Convergente o divergente? ¿Pasividad o actividad?
- *¿Qué tipo de tareas requiere/permite al estudiante?*
¿Memorizar, aplicar reglas, debatir, realizar inferencias, buscar, transferir, planificar, manipular, escuchar, participar?

Las dicotomías que plantean y las acciones que permiten los textos pueden vincularse con los referentes epistemológicos estático y dinámico del profesor planteados por Albert (1998).

González y Sierra (2004) reportan una investigación en la que se clasifican los textos en tres perfiles según la modalidad dominante: expositivo, tecnológico, comprensivo. Se describen a continuación:

Expositivo. El conocimiento matemático es considerado como una acumulación de enunciados, reglas y procedimientos aislados, y desconectados de la realidad. Los textos tienen una estructura matemática deductiva: se parte de las definiciones de los conceptos, se deducen los teoremas y se exponen algunos pocos ejemplos. Como consecuencia de esta estructura, claramente prescriptiva, se incita a una metodología de enseñanza en la que los conceptos se muestran acabados, dando pie a la transmisión de conocimiento mediante clases magistrales y relegando el papel del estudiante a un tipo de aprendizaje memorístico en el que importa más la estructura matemática que la comprensión de los conceptos. La repetición satisfactoria de los conceptos y teoremas, y la resolución satisfactoria de los ejercicios presentados a posteriori, por parte de los estudiantes, son indicadores de comprensión.

Tecnológico. En estos textos la matemática es concebida como una organización lógica de enunciados, reglas y procedimientos empleados

como técnicas o destrezas para pensar sobre los conceptos y aplicarlos a diversas situaciones. Los contenidos aparecen estructurados en forma secuencial poniendo el foco de atención en la resolución de ejercicios y problemas en los que se hace uso de los conceptos y teoremas que por lo general aparecen solamente enunciados. Mediante una larga lista de ejercicios y problemas resueltos, se centran en mostrar procedimientos para resolverlos trayendo como consecuencia un aprendizaje en base a la memorización de reglas.

Comprensivo. En estos textos la matemática es concebida como un instrumento para interpretar la realidad tanto externa (mundo real) como intramatemática. Se parte de objetivos flexibles y para alcanzarlos se requiere la experimentación; por ello, el tipo de enseñanza adecuada es la realizada por descubrimiento. Esto permite la construcción de redes conceptuales. El aprendizaje de la matemática se da mediante el establecimiento de una red de relaciones con otros contenidos sean matemáticos o no, con la intención de dar sentido a la matemática. Se considera que los conceptos se adquieren partiendo de situaciones propias de la realidad, que permitan la construcción de conceptos, reglas y procedimientos.

De acuerdo a lo reportado en Blanco (1994), González y Sierra (2004), y Albert (1998) diseñamos el siguiente protocolo para realizar el análisis de textos. Establecemos cuatro categorías; a saber: concepción del conocimiento, concepción de la enseñanza, concepción del aprendizaje y tipos de tareas de los estudiantes. Cada vez que analicemos un libro de texto situaremos nuestra atención en las categorías anteriores y utilizaremos como indicadores que dan cuenta del referente epistemológico, los atributos que estén presentes para cada una de ellas y que se describen en el siguiente cuadro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Verdadero Estable	Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes
Concepción del aprendizaje	Receptivo Pasividad Individual	Constructivo Actividad Individual y social
Tipos de tareas de los estudiantes	Memorizar (definiciones, teoremas y ejemplos) Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un problema Cerradas	Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos) Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las definiciones Abiertas

Cuadro 1: Categorías e indicadores

La concepción del conocimiento nos brinda información acerca de la relación epistemológica del autor del texto o material con el conocimiento científico, y las otras tres categorías informan acerca de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. En la medida en que es el docente el que hace la elección del texto, se entiende que este comparte la forma de presentar el conocimiento que aparece en el mismo. De los cuatro tipos de relaciones epistemológicas que, de acuerdo a Albert (1998), se dan en el salón de clase -el profesor y su relación con el conocimiento científico, el profesor y los procesos de enseñanza, el alumno y los objetos de aprendizaje, el alumno y sus procesos de aprendizaje-, el análisis de los textos nos ayudará a identificar el referente vinculado a las dos primeras relaciones.

5. 2 Las observaciones de clase y las entrevistas a los docentes

5.2.1 Observación de clase

En las observaciones de clase situamos nuestra atención en la secuencia de enseñanza que se desarrolla para presentar el conocimiento, en el tipo de actividades propuestas por el docente y en la gestión de la clase. Para elaborar la pauta de observación, definimos en primer lugar en qué aspectos concretos situaríamos la atención para luego poder identificar el referente epistemológico del docente. Centramos la atención en los siguientes aspectos:

- El momento en que se definen los objetos matemáticos y quién los define.
- El papel que cumplen los ejemplos, quién los formula y con qué intención.
- En qué momento de la clase y de qué manera surgen las proposiciones matemáticas, quién las demuestra (si se presenta la demostración) y para qué.
- El tipo de actividades que se proponen (de aplicación de un concepto dado, para construir un concepto nuevo, para desarrollar estrategias de resolución, etcétera), quién las resuelve y cómo se comunican los resultados.
- El rol de las preguntas, quién las formula, quién las contesta, con qué objetivos se formulan.
- Las interacciones en la clase (el formador, ¿promueve o no intervenciones de los estudiantes?, ¿fomenta o no el debate en clase?, ¿reconoce o no los aportes de los alumnos?).

A continuación presentamos una tabla en la que distinguimos el referente epistemológico asociado a los aspectos antes señalados.

<i>Referente epistemológico estático</i>	<i>Referente epistemológico dinámico</i>
El profesor es quien define los objetos matemáticos y, en general, los presenta en forma directa, en el momento del curso en que los necesita.	El profesor es quien propone preguntas o situaciones problemáticas que permitirán la generación de ideas que irán siendo discutidas entre los estudiantes y el docente, con el fin de

	consensuar una definición (o más de una) sobre los objetos matemáticos que se busca introducir.
El profesor es, en general, quien propone los ejemplos, para ilustrar el conocimiento previamente definido o para ilustrar una técnica o procedimiento.	El profesor y los alumnos proponen ejemplos para ilustrar y precisar el conocimiento que se está trabajando.
Las proposiciones matemáticas son presentadas por el profesor como hechos matemáticos dados externamente. Hay que presentarlas a los estudiantes y validarlas a través de la demostración. El docente es quien, en general, está a cargo de realizarla.	El profesor diseña actividades adecuadas que den lugar a la formulación de conjeturas de las cuales habrá que analizar su validez. Son aceptados argumentos, por parte de los estudiantes, con diferente precisión matemática. El docente no presenta <i>una</i> manera de demostrar una proposición. El rol del profesor es el de hacer ver a los estudiantes las eventuales insuficiencias de algunos argumentos con el fin de que evolucionen y se generen nuevos argumentos cada vez más robustos.
Las actividades se proponen como aplicación o evaluación del conocimiento enseñando previamente. Las deben resolver los estudiantes haciendo uso de los conocimientos.	Las actividades se proponen para fomentar la actividad matemática del alumno. Esto es, para que este tenga oportunidad de explorar, elaborar conjeturas, razonar, comunicar sus ideas y defenderlas ante el colectivo de la clase, etc. No se utilizan solamente como aplicación de un conocimiento ya conocido, sino que pueden dar lugar a la construcción de un conocimiento. Pueden ser propuestas en cualquier momento de la clase y son un recurso para lograr el aprendizaje.
Las preguntas pueden ser formuladas	Las preguntas pueden ser formuladas

<p>por el docente con el fin de avanzar en el desarrollo del tema. Pueden estar dirigidas a los estudiantes o ser de carácter retórico. Si son formuladas por los estudiantes, refieren a una solicitud de aclaración o duda y van dirigidas al docente, que es el responsable de darles respuesta.</p>	<p>por el docente o por los estudiantes y dirigidas al docente o a los otros estudiantes. Se formulan para avanzar en el desarrollo del tema, para promover discusiones, para aclarar y precisar ideas, y pueden ser contestadas por el docente o por los estudiantes.</p>
<p>Las interacciones en la clase son, en general, del profesor con los estudiantes. No se promueve el debate en la clase entre los estudiantes con el fin de construir los conocimientos. Los aportes de los alumnos son tomados por el docente para aclarar, precisar o corregir las ideas de los estudiantes.</p>	<p>Las interacciones en la clase son del profesor con los estudiantes y entre los estudiantes. Se promueve el debate en la clase entre los estudiantes con el fin de construir los conocimientos. Esto implicará lograr consensos a la interna del grupo. Los aportes de los alumnos o del profesor son tomados por el docente o por otros estudiantes para aclarar, precisar, corregir ideas o generarlas.</p>

Cuadro 2. Observaciones de clase y referente epistemológico

Pauta de observación de clase

Uso de ejemplos

¿Quién los propone?	
¿Con qué objetivos son usados?	
Registros de representación utilizados	

Qué tipo de problemas propone el docente

De respuesta cerrada o abierta	
Ejercicios de aplicación de los conceptos desarrollados	
Ejercicios de demostración de propiedades que ya aparecen enunciadas	
Tipo de actividades que se realizan	

Las interacciones en la clase

El formador, ¿promueve o no intervenciones de los estudiantes?	
¿Fomenta o no el debate en clase?	
¿Reconoce o no los aportes de los alumnos?	
¿Quién formula las preguntas?	
¿Quién las contesta?	
¿Con qué objetivos se formulan preguntas?	

Qué actividades permite el docente a los alumnos

Resolver problema	
Detectar invariantes	
Generalizar	
Reconocer patrones	
Comunicar y describir situaciones	
Definir	
Axiomatizar	
Conjeturar	
Investigar	
Razonar	
Demostrar	
Representar	

5. 2. 2 Las entrevistas a los docentes

En forma previa y también posterior a la clase observada, se entrevistó a cada uno de los diez docentes participantes con el objetivo de contrastar lo que el profesor dice con lo que el profesor hace. La entrevista a cada docente se realizó de acuerdo a la siguiente pauta aunque abierta a emergentes de interés que pudieran surgir. El diseño de las preguntas se fundamenta en la necesidad de conocer la idea previa del docente sobre la presentación del conocimiento que hará:

1. ¿Cuál es el tema del día?
2. ¿Cuáles son los objetivos principales de la clase?
3. ¿Cómo piensa desarrollar la clase?

4. ¿Qué teoremas o definiciones eligió para enseñar? ¿Por qué?
5. ¿Qué motiva la presentación del saber que hará?

5. 3 Entrevistas a los estudiantes

En forma posterior a la clase observada, se realizó, como ya señalamos, una entrevista conjunta a dos estudiantes que estuvieron presentes en la clase con el propósito de indagar qué consideraban que habían aprendido en la clase observada y cuáles entendían que habían sido los aportes fundamentales de la misma para su futuro como docentes. Planteamos las siguientes preguntas aunque abiertas a emergentes que pudieran ser de interés:

1. ¿Qué aprendieron en la clase?
2. ¿Qué les aportó la clase para el desempeño de su futura profesión?

6. Análisis de la información

6. 1 Análisis de los libros de texto o materiales de estudio

Entre estos libros o materiales de estudio hay libros de circulación comercial que, salvo una excepción, son de procedencia extranjera y son utilizados en diferentes instituciones de enseñanza de nivel terciario. Esto es, no tienen una especificidad como textos para la formación de docentes de matemática. Por otro lado, tenemos notas o fichas de estudio especialmente elaboradas para cursos específicos del profesorado de matemática del instituto en el que se realiza la presente investigación. En algunos casos dichas notas o fichas fueron elaboradas en forma individual y, en otros, por colectivos de docentes. Lo relevante de estas notas es que fueron elaboradas para el uso de los estudiantes del instituto y, por lo tanto, nos permitirán observar cómo conciben los propios docentes la especificidad de la formación de profesores. Los libros y notas o fichas de estudio que analizamos son:

- Lima, E. L. (1999). *Curso de análisis. Volume 1*. Río de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
- Rojo, A. O. (1991). *Álgebra I*. Buenos Aires: El Ateneo.
- Zambra, M., Rodríguez, M., Belcredi, L. (1997). *Geometría*. Montevideo: Ediciones de la Plaza.
- Notas de análisis en una variable (Elaborado por un docente del curso)
- Notas para un curso de geometría (Elaboración por un equipo de dos docentes del curso)
- Notas para un curso de Fundamentos de la Matemática (Elaboración colectiva por parte de docentes del instituto)

Análisis del texto de Elon Lages Lima

Para analizar este texto tomamos como ejemplo el capítulo VI que trata sobre Límites de funciones. El capítulo comienza con una breve descripción del enfoque que se le va a dar al tema en el texto. Se pasa inmediatamente a la definición de límite, a enunciar y demostrar teoremas en torno a la

noción de límite -dejando en algunos casos explicitados los corolarios- y finalmente figuran ejemplos genéricos que ilustran lo enunciado y demostrado previamente. Este esquema de definición–teoremas y corolarios– ejemplos, se repite en todos los subtemas del capítulo y en el resto del texto. Al final del capítulo aparece un listado de ejercicios que consisten en hacer una demostración utilizando los objetos matemáticos que fueron introducidos previamente en el capítulo.

Concepción del conocimiento

En el prólogo del libro el autor sostiene que:

[...] la teoría es presentada desde el comienzo. No se hace uso de resultados que no se hayan establecido en el texto. [...] Las ideas centrales del curso son tratadas en forma autosuficiente, pero el énfasis está puesto en la conceptualización precisa, en el encadenamiento lógico de las proposiciones y en el análisis de las propiedades más relevantes de los objetos estudiados. (p. VII)

El autor reconoce en el prólogo la importancia de las figuras y gráficas:

Es conveniente, también diseñar figuras (principalmente gráficos de funciones), con el fin de atribuir significado intuitivo a los razonamientos del texto. Más allá que las figuras no intervengan directamente en la argumentación lógica, ellas sirven de guía a nuestra imaginación, sugieren ideas y ayudan a entender los conceptos. (p. VIII)

A pesar de ello no aparece ninguna de ellas en el capítulo que analizamos. En los diez capítulos que conforman el texto aparecen tan pocas figuras que es posible afirmar que son seis en el capítulo I, cinco en el capítulo IX y siete en el capítulo X. En los restantes siete capítulos no hay figuras ni gráficas.

Para Lages Lima, las figuras parecen no formar parte de la matemática, sí son recomendadas como un apoyo a la intuición dado que son sugeridas

fuertemente pero como una parte del trabajo a ser realizado por el lector-estudiante. Las figuras no forman parte del texto matemático.

Como ya se mencionó, los ejemplos figuran después de la definición y los teoremas, por lo que no sirven para que se construya el concepto a partir de ellos. Esto nos indica que se está presentando el conocimiento de una forma ya acabada, no como algo a construir, sino como forma de hacer palpable los enunciados generales definidos y demostrados previamente, buscan esclarecer pero a posteriori.

Concepción de la enseñanza

A partir del análisis del texto se podría inferir que la metodología subyacente implica que es el docente quien define los conceptos, demuestra propiedades, aporta los ejemplos y el listado de ejercicios que el estudiante deberá resolver a partir de lo desarrollado en clase. Es tarea del estudiante intentar aplicar dichos conceptos y propiedades a la resolución de problemas.

Lo que no habilita esta concepción de enseñanza es a que el estudiante se involucre en el proceso de definir, de proporcionar ejemplos y no ejemplos, de conjeturar, de extraer conclusiones, entre otros, es decir a "hacer matemática".

Concepción del aprendizaje

De la concepción de enseñanza implícita en el texto, se desprende que se espera que el estudiante aprenda viendo al profesor definir, demostrar y luego ejemplificar.

Tareas para el estudiante

Elon Lages Lima dice en el prólogo:

Una palabra al lector: no se lee un libro de Matemática como si fuese una novela. Usted debe tener lápiz y papel en la mano para reescribir, con sus propias palabras, cada definición, el enunciado de cada teorema, verificar los detalles a veces omitidos en los ejemplos y en las demostraciones y resolver los ejercicios referidos a cada tópico estudiado. (p. VIII)

Los ejercicios planteados al final del capítulo están enunciados en la forma "Demuestre que..." asegurándose desde el mismo enunciado la veracidad de la proposición no dando lugar a que el estudiante pueda investigar.

El prefacio de la primera edición se abre con el siguiente diálogo:

- *What is jazz, Mr. Armstrong?*
- *My dear lady, as long as you have to ask that question, you will never know it.*

Pero esto es una promesa que se puede apreciar solo parcialmente en los ejercicios.

Presentamos a continuación una síntesis del análisis del texto de Lages Lima de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo - tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes
Concepción del aprendizaje	Receptivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Pasividad (en definiciones, teoremas y ejemplos)	Constructivo Actividad (en los ejercicios) Individual y social

	Individual	
Tipos de tareas de los estudiantes	<p>Memorizar (definiciones, teoremas y ejemplos)</p> <p>Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un problema</p> <p>Cerradas</p>	<p>Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos)</p> <p>Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las definiciones</p> <p>Abiertas</p>

Análisis del texto de Rojo

De este texto tomaremos como ejemplo el capítulo 4 que trata sobre Funciones. Comienza con una breve descripción del enfoque que se le va a dar al tema, y de los conceptos que se abordarán: “funciones, composición de funciones y el álgebra de las imágenes y las preimágenes”. Se pasa inmediatamente a dar la definición de función. Después de definir se dan ejemplos de funciones y no funciones. Luego se presentan diferentes representaciones del concepto. Se repite el esquema al introducir otros conceptos y se demuestran las propiedades que cumplen estos. Al final del capítulo se presenta un listado de ejercicios descontextualizados.

Concepción del conocimiento

Se parte de definiciones y de variados ejemplos que las acompañan. En algunos casos dichos ejemplos aparecen como introductorios, previos a la definición; en otros casos aparecen solamente después de la definición; y en otros antes y después. La presencia de estos ejemplos previos, muchas veces acompañados de diagramas, muestran una preocupación del autor por generar una primera aproximación intuitiva al concepto a partir de la cual se generalizará a la definición. Esto no es óbice para que los ejemplos sean usados después de la definición para esclarecer la misma.

El concepto de función se presenta de una manera descontextualizada, el concepto no surge para dar cuenta de una situación problemática, sea esta proveniente de la vida real o de la propia matemática.

Las propiedades que figuran en el capítulo aparecen enunciadas en lenguaje coloquial y, a continuación, haciendo uso de la notación matemática, se especifican hipótesis y tesis, y luego se demuestran.

Es frecuente el uso de representaciones de los conceptos mediante diagramas, gráficas, símbolos. La teoría se presenta en forma acabada.

Concepción de la enseñanza

El autor plantea en el prólogo, que ante la constatación de las dificultades que tienen los estudiantes de introducirse en el álgebra se vio llevado a:

[...] redactar este texto elemental de álgebra, en el que he procurado desarrollar sus contenidos con una metodología que estimo apropiada. Se han intercalado ejemplos que, además de ilustrar la teoría, hacen posible la adquisición de métodos adecuados de trabajo. Un detalle que juzgo de interés para los lectores es la respuesta que se da a los problemas propuestos, o al menos la sugerencia de pautas para las demostraciones que figuran en los trabajos prácticos. (p. III)

Es de destacar la preocupación del autor por el "saber hacer" mediante técnicas que son proporcionadas a través de los ejemplos resueltos.

Concepción del aprendizaje

Se ofrecen numerosos ejemplos, asumiendo que estos proveerán al estudiante de los elementos necesarios para una adecuada conceptualización. El texto no presenta preguntas ni actividades a ser resueltas por el lector durante el desarrollo del tema. Los ejercicios se presentan solamente al final del capítulo y, en general, demandan del

estudiante que sepa elegir qué teorema o qué definición se aplica para dar solución al problema.

Tareas para el estudiante

Los ejercicios que figuran al final del capítulo se podrían clasificar en dos tipos: por un lado ejercicios de aplicación de los conceptos desarrollados, por otro, ejercicios de demostración de propiedades que ya aparecen enunciadas.

Presentamos a continuación una síntesis del análisis del texto de Rojo de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto (en cuanto al formato)	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes (en cuanto a las intenciones del autor)
Concepción del aprendizaje	Receptivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Pasividad (en definiciones, teoremas y ejemplos) Individual	Constructivo Actividad (en los ejercicios) Individual y social
Tipos de tareas de los estudiantes	Memorizar (definiciones, teoremas y ejemplos) Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un	Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos) Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las

	problema	definiciones
	Cerradas	Abiertas

Análisis del texto de Zambra y otros

Este libro es un texto dirigido y pensado para estudiantes de un curso de segundo año de Bachillerato.

De este texto tomaremos como ejemplo el capítulo 5 que trata sobre Isometrías en el plano. Comienza el capítulo, como lo indican los propios autores, con actividades que tienen por objetivo aplicar los conocimientos previos de los estudiantes relativos a uso de vocabulario y notación en las *funciones numéricas* y las *funciones de puntos*.

A continuación se presenta una serie de definiciones y se enuncian propiedades acompañadas de ilustraciones. Además, se aclara la notación que se va a usar. Salvo la ilustración, no se presentan ejemplos y no ejemplos de los conceptos definidos. Esta parte del capítulo culmina con dos actividades en las que hay que aplicar las definiciones y propiedades enunciadas para resolverlas. Los restantes apartados del capítulo siguen el mismo esquema enunciando definiciones y propiedades de cada una de las isometrías y planteando ejercicios de aplicación. En las actividades planteadas aparecen en lugar destacado las “aplicaciones a los problemas de construcción y de lugar geométrico”.

En tres apartados del capítulo aparecen problemas resueltos que muestran cómo se pueden aplicar los conceptos vistos previamente a la resolución de problemas.

El capítulo termina con la propuesta de 48 ejercicios y 12 problemas. Los autores, en la presentación del texto, hacen una distinción entre ejercicios y problemas: “ejercicios de entrenamiento concebidos para que te sean

accesibles, y problemas (varios con sugerencias) que te exigirán un trabajo más profundo". (p. 3)

Concepción del conocimiento

El esquema de presentación del conocimiento que detallamos para el capítulo 5 se repite en el resto del texto. De aquí se podría inferir que el conocimiento es concebido como un producto acabado que el estudiante debe adquirir a medida que va avanzando en el texto con la finalidad primordial de que lo pueda aplicar en la resolución de problemas: "hacer geometría es resolver problemas de geometría" (p. 3), dicen los autores en la presentación. Los conceptos se presentan en forma descontextualizada y no surgen de situaciones problemáticas sino para dar cuenta de ejercicios y problemas a resolver.

Concepción de la enseñanza

Se aprecia la intención de los autores de adecuarse a los estudiantes a los que va dirigido el texto. En la presentación del libro se menciona que es el resultado de años de experiencia en una línea de trabajo similar y en colaboración con otros docentes. El principal objetivo del texto es que sea un libro para "todos los alumnos" (p. 3).

A partir de la concepción del conocimiento que subyace en el texto se puede inferir una concepción de la enseñanza como transmisión: una matemática que ya está escrita y que hay que transmitir para que pueda ser aplicada en la resolución de problemas.

De lo anterior se desprende que para los autores hay una matemática a saber aplicar pero también hay un estudiante a tener en cuenta.

Concepción del aprendizaje

Aprender geometría es, para los autores, aprender a utilizar las herramientas y los conceptos que brinda la teoría en la resolución de problemas. En sus palabras:

La construcción de herramientas, la elaboración y profundización de conceptos, no constituyen un fin en sí mismo sino una vía de acceso a la eficacia en la resolución de problemas, traduciendo así una concepción abierta y viva de la enseñanza de la matemática. (p. 3)

Tareas para el estudiante

Tomando en cuenta lo dicho por los autores en la presentación y a la forma en que está organizado el texto, queda como tarea fundamental para el estudiante, la de sintetizar la información recibida para poder aplicarla en forma eficaz. Algunos de los problemas que se plantean al final de cada capítulo requieren del estudiante que sea capaz de realizar inferencias, buscar, transferir, planificar, manipular, tareas propias de la actividad matemática.

Presentamos a continuación una síntesis del análisis del texto de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto (en cuanto al formato)	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes (en cuanto a las intenciones del autor)
Concepción del aprendizaje	Receptivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Pasividad (en definiciones,	Constructivo Actividad (en los ejercicios)

	teoremas y ejemplos) Individual	Individual y social
Tipos de tareas de los estudiantes	Memorizar, aplicar reglas Escuchar (en definiciones, teoremas y ejemplos)	Debatir, realizar inferencias, buscar, transferir, planificar, manipular (en los ejercicios) Participar (en los ejercicios)

Análisis de las Notas de análisis en una variable

Estas notas fueron elaboradas por el docente que imparte el curso y abarca todos los temas del mismo y, según refiere el autor en el prólogo, son la culminación de un trabajo comenzado en el año 2004. Los estudiantes las tienen a su disposición, en su totalidad, en la página del Departamento de Matemática del Consejo de Formación en Educación, desde el inicio de los cursos.

Para analizar este texto tomamos como ejemplo el capítulo 3 que trata sobre Sucesiones Numéricas. El capítulo comienza definiendo sucesión real y presenta otra serie de definiciones que serán útiles, luego se realizan aclaraciones que, por lo general, refieren a cuestiones de notación. Más tarde se exponen ejemplos referidos a las definiciones en los que todo está resuelto; no se promueve la intervención del estudiante. A continuación se enuncian y demuestran teoremas. A medida que se avanza en el tema, la secuencia *definición, ejemplo, teorema* se repite a lo largo del capítulo. Las actividades para los estudiantes figuran al final del capítulo, esto es, una vez desarrollada la teoría. Dichas actividades consisten en cálculos y pruebas de enunciados que se resuelven con la aplicación de lo desarrollado en la teoría. Todos los capítulos de estas notas tienen el mismo esquema de presentación.

Concepción del conocimiento

Del análisis del texto realizado se desprende que la matemática es un cuerpo estable de conocimientos que hay que transmitir a los estudiantes en forma detallada. Los ejemplos aparecen siempre después de las definiciones y la demostración de los teoremas. Este conocimiento ya está escrito en algunos textos que el autor considera referenciales. Parecería ser que lo buscado es que el estudiante incorpore esos conocimientos y no que vaya construyendo sus propios caminos para llegar al mismo.

En particular, referido a las figuras, en el prólogo del texto se sostiene que:

Estas notas no tratan de ninguna manera de ser un texto que los estudiantes puedan leer como una novela, de hecho en matemática es común que un estudiante deba dedicarle un par de horas para poder avanzar una página. Como leí en uno de los libros de Lages Lima, el estudiante debe tomar lápiz y papel y hacer un dibujo tentativo para ir observando los conceptos en una primera aproximación, luego deberá independizarse de dichos dibujos y pasar a entender los conceptos independientemente de las particularidades del dibujo. (p. 2)

A pesar de que en cierta medida reconoce la necesidad de elaborar figuras que ayuden a aproximarse a los conceptos, en las cuarenta y seis páginas del capítulo analizado aparece una única figura como apoyo para el análisis de un ejemplo.

Concepción de la enseñanza

En la medida que este texto está basado en un 70% en dos textos de Lages Lima (prólogo página 3) la metodología subyacente en ambos es prácticamente la misma, esto es, que esta metodología de enseñanza implica que es el docente quien define los conceptos, demuestra propiedades y quien aporta los ejemplos y el listado de ejercicios que el estudiante deberá resolver a partir de lo desarrollado en clase.

Esta concepción de enseñanza no habilita al estudiante a involucrarse en el proceso de definir, de proporcionar ejemplos y no ejemplos, de conjeturar, de extraer conclusiones, entre otras actividades; es decir, no invita a “hacer matemática”.

Concepción del aprendizaje

Se observa una división marcada entre el papel pasivo-receptivo que se espera del estudiante en la lectura de los aspectos teóricos y el papel activo-creativo que se espera del estudiante a la hora de enfrentarse a los ejercicios.

El autor dice:

[...] pero no hay que frustrarse, uno no aprende por los ejercicios que salen inmediatamente pues no te plantearon dificultades, en todo caso uno crece con todos los caminos que no desembocan al resultado deseado. Cómo actuar en estos casos, la idea no es desmotivar al estudiante, por el contrario, la idea es hacerlo madurar en el razonamiento matemático durante el curso para que no tenga que enfrentarse a esas dificultades cuando esté preparando el examen. (pp. 2-3)

Parece existir la convicción de que el estudiante ha aprendido si puede resolver satisfactoriamente los ejercicios, sirviendo estos como medio de evaluación del aprendizaje.

Tareas para el estudiante

Las tareas para el estudiante figuran al final de cada capítulo. En el capítulo que analizamos, los veintidós ejercicios finales -muchos de ellos con varias partes- están enunciados de la forma “prueba que...” o “demuestra que”. De esta forma se quita al estudiante la posibilidad de involucrarse en establecer la veracidad o no de la situación planteada. La respuesta ya está dada, y de lo que se trata es de elaborar una demostración.

Según consigna el autor en el prólogo, estos ejercicios:

[...] en muchos casos son de un alto nivel. No se pretende que los estudiantes resuelvan cada uno de los ejercicios por sí solos, es más, puede verse que muchos de los ejercicios están en un nivel que hará que el estudiante deba pensar cada ejercicio reiteradamente, inclusive un ejercicio podría llevarle semanas [...] (p. 3)

Presentamos a continuación una síntesis del análisis del texto de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes
Concepción del aprendizaje	Receptivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Pasividad (en definiciones, teoremas y ejemplos) Individual	Constructivo Actividad (en los ejercicios) Individual y social
Tipos de tareas de los estudiantes	Memorizar (definiciones, teoremas y ejemplos) Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un problema Cerradas	Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos) Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las definiciones Abiertas

Análisis de las Notas para un curso de geometría

Las fichas fueron elaboradas por docentes del curso en base a otras fichas elaboradas en años anteriores. Para analizarlas tomaremos como ejemplo

las fichas correspondientes al tema isometrías. Comienzan con una serie de preguntas y actividades para que el estudiante conteste y realice, referidas al concepto de función del plano en el plano. Esto permite al estudiante analizar ejemplos y no ejemplos de isometrías. A continuación se presenta el axioma métrico y se da la definición de isometría. Luego se define la composición de funciones, se analiza la estructura de las isometrías y a continuación se aborda el estudio de cada una de ellas. Al final del estudio de cada tópico figura una lista de ejercicios y problemas. Al final de la última ficha de isometrías se presentan una serie de problemas, no rutinarios, que pueden involucrar el uso de los conocimientos abordados en el tema. Las demás fichas tienen una estructura similar a la recién analizada.

Concepción del conocimiento

La concepción de conocimiento que se infiere de las fichas es la de un conocimiento en construcción, no acabado, que surgirá de las respuestas que se vayan dando a las interrogantes planteadas.

Concepción de la enseñanza

El diseño de las fichas promueve que la responsabilidad del aprendizaje recaiga, fundamentalmente, en el quehacer del estudiante; es decir, el alumno es quien debe hacerse responsable de su propio aprendizaje.

Concepción del aprendizaje

La forma en que es presentado el conocimiento en estas fichas deja entrever que un estudiante aprende respondiendo preguntas, formulando conjeturas, resolviendo problemas y ejercicios, entre otros, haciéndose cargo del valor de verdad de sus propias afirmaciones.

Tareas para el estudiante

La estructura en base a preguntas exige que el estudiante tenga que buscar ejemplos, formular conjeturas, elaborar explicaciones, demostrar teoremas, resolver ejercicios y problemas, aplicar definiciones y teoremas en la resolución de ejercicios, todas tareas propias del quehacer matemático.

Presentamos a continuación una síntesis del análisis de las fichas de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes
Concepción del aprendizaje	Receptivo Pasividad Individual	Constructivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Actividad (en los ejercicios, en definiciones, teoremas y ejemplos) Individual y social
Tipos de tareas de los estudiantes	Memorizar Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un problema Cerradas (solo en los ejercicios de aplicación)	Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos) Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las definiciones Abiertas

Análisis de las Notas para un curso de Fundamentos de la Matemática

Las fichas fueron elaboradas, en su mayoría, por los docentes del curso. Para realizar el análisis tomaremos como ejemplo la ficha 1 de Número Real. Comienza presentando el axioma de cuerpo y continúa con definiciones, teoremas con sus demostraciones y en algunos casos, ejercicios que se resuelven aplicando los resultados de los teoremas. Culmina cada tópico con un conjunto de ejercicios en los que se propone, por un lado, demostrar una serie de propiedades que no aparecen demostradas en el desarrollo del tema y, por otro, una serie de ejercicios para aplicar esas propiedades. En las restantes fichas del curso se sigue este mismo esquema de presentación del conocimiento.

En dos de estas fichas detectamos indicios de una intención de tener en cuenta al estudiante. En estas se presentan actividades a ser realizadas por el alumno previo a la presentación de cada una de las definiciones. De esta manera se aborda la definición trabajando en concreto en el caso particular que plantea la actividad. Por otro lado, a la hora de trabajar con algunas propiedades, se presentan situaciones en las que el estudiante, al resolverlas, puede ver que no siempre se cumplen. Esto genera un sentido a la búsqueda de condiciones en las que dicha propiedad se cumple y da lugar a la necesidad de elaborar una demostración.

Concepción del conocimiento

En las fichas del curso aparecen todos los axiomas, definiciones, teoremas y sus demostraciones que el estudiante debe saber para aprobar el curso. Se concibe al conocimiento matemático como algo externo y acabado.

Concepción de la enseñanza

De la concepción del conocimiento se desprende que enseñar consiste en mostrar un conocimiento ya construido. Parecería asumirse que la

presentación del conocimiento es suficiente para que el estudiante, por sus propios medios, pueda resolver los ejercicios.

Concepción del aprendizaje

La concepción de aprendizaje que se desprende de las fichas del curso es que el estudiante debe ser capaz de reproducir las definiciones, teoremas y sus demostraciones en la instancia de evaluación. También que sea capaz de hacer uso de dicho conocimiento para resolver los ejercicios que figuran al final de cada uno de los tópicos incluidos en las fichas.

Tareas para el estudiante

Comprender la concatenación lógica de las demostraciones y ser capaz de reproducirlas.

Sintetizar la información recibida y elegir convenientemente las propiedades que permiten resolver los ejercicios.

Presentamos a continuación una síntesis del análisis de las fichas de acuerdo al protocolo pautado. Se indican en negrita las características de este libro.

	Expositivo o tecnológico	Comprensivo
Concepción del conocimiento	Producto Verdadero Estable	Proceso Debatible En construcción
Concepción de la enseñanza	Transmisión Aceptación de la autoridad del texto	Compartir significados Necesidad de adecuarse a los estudiantes
Concepción del aprendizaje	Receptivo (en definiciones, teoremas y ejemplos) Pasividad (en definiciones, teoremas y ejemplos) Individual	Constructivo Actividad (en los ejercicios) Individual y social

Tipos de tareas de los estudiantes	<p>Memorizar (definiciones, teoremas y ejemplos)</p> <p>Elegir qué teorema o definición se aplica para resolver un problema</p> <p>Cerradas</p>	<p>Debatir, conjeturar, proponer (definiciones, teoremas y ejemplos)</p> <p>Diseñar estrategias para resolver un problema que no se derivan directamente de los teoremas o las definiciones</p> <p>Abiertas</p>
------------------------------------	--	---

Síntesis

De los seis textos o notas de estudio analizados podemos decir que cinco de ellos presentan un conocimiento que consiste en un conjunto de resultados (axiomas, definiciones, teoremas) ya establecidos. El perfil de estos cinco textos o notas de estudio es expositivo. Particularmente, en el texto de Rojo y en el de Zambra y otros, se puede apreciar, además, un componente de perfil tecnológico en lo que refiere a los ejercicios que se plantean en los que la matemática es concebida como una organización lógica de enunciados, reglas y procedimientos a emplear como técnicas para pensar sobre los conceptos y aplicarlos a diversas situaciones. Por lo anterior, decimos que el referente epistemológico de estos cinco textos o notas de estudio, relativo al conocimiento y a la enseñanza-aprendizaje, es estático.

Si, tal como afirma Chevallard (2000), los libros de texto autorizan una didáctica, la presentación del conocimiento que se hace en estos cinco libros o materiales de estudio, podría inducir a los docentes a desarrollar clases en las que el profesor es quien define los conceptos, propone ejemplos, demuestra las propiedades y luego los alumnos aplican dichos conceptos y propiedades a la resolución de ejercicios.

En el único material en el que se denota un referente epistemológico dinámico es en las *Notas para un curso de geometría*. En estas, a través de preguntas y situaciones problemáticas se va llevando a los estudiantes a crear el conocimiento.

6. 2 Análisis de las observaciones de clase

En esta sección realizaremos un estudio de caso por cada profesor. Con el fin de asegurar el anonimato a los participantes, se unificaron los géneros (siempre nos referiremos al docente o al profesor) y siempre que fue posible se eliminaron referencias a las asignaturas o a los conceptos que se estaban enseñando.

El caso del Profesor 1

El grupo está conformado por 35 estudiantes. Gran parte de los estudiantes tiene impreso el material del tema que se va a tratar en clase, todo el grupo tiene dicho material a disposición desde el inicio del curso. El profesor inicia la clase anotando en el pizarrón el título del tema a tratar. Plantea algunos ejemplos mediante los cuales busca presentar el objeto matemático a abordar. Expone a los estudiantes la problemática que esta definición puede llegar a tener que resulta ajena a los alumnos dada su poca o nula experiencia previa con el tema. Más de la mitad del tiempo que dura la clase el docente hace mención a dichas problemáticas que tienen sentido exclusivamente a la interna del conocimiento matemático. Estas problemáticas escapan a las posibilidades de la mayoría de los estudiantes dado que en su experiencia previa difícilmente hayan tenido posibilidad de manipular y trabajar con ellas. Lo que guía la presentación del conocimiento en esta clase es la confrontación entre las concepciones intuitivas que pueden tener o formarse los estudiantes y la definición formal del concepto.

Al respecto el profesor dice en distintos momentos de la clase:

...ahí hay todo un tema delicado... en tratar de ver la formalidad que tiene esa intuición de pensarlo como una suma infinita y qué sentido tiene eso de suma infinita.

... Pero, cuando tengo una suma de estas, entre comillas "infinita", bueno, eso de cambiar los órdenes puede traer problemas.

...hay que tener cuidado, también, en la idea intuitiva que uno tiene de sumar infinitos términos.

... Cuando esto, que venía hasta acá bien, al hacer el salto a este infinito... ¿sigue teniendo sentido desde el punto de vista matemático? ...

Una cosa es... clara: cuando a mí me hablan de serie, como idea intuitiva, voy a tener ese concepto de suma infinita. Pero cuando tengo que ir a probar algo de una serie la idea intuitiva no la puedo utilizar.

... este el límite de esta S_n definido ahí. Y bueno, parecería que todo va a caminar, pero, bueno, tenemos que ver si estas cosas realmente caminan.

... Pero con la suma infinita tenemos problema... esa es la idea... esa era la idea intuitiva, pero ese pasaje a la... a la formalidad... ¿Qué es lo que está detrás de todo esto?, ¿qué es lo que ven ustedes? Tengo este término, y dependiendo, puede ser que cuando pase al límite sea convergente o no sea convergente, y de ahí que suma un real o no suma un real, pero serie sigo teniendo... aunque sume o no sume un real, aunque me dé que el límite no exista, igual yo serie sigo teniendo, quiero seguir teniendo,... es una definición.... Entonces, en este contexto, marcado este ejemplo, ¿a qué le llamarían serie de todo lo que está ahí?

Todas estas disquisiciones son un diálogo que el docente mantienen con sí mismo pero que no parecen tener un correlato vivencial en los estudiantes.

En determinado momento de la entrevista posterior a la clase, al hacer referencia a esto, el docente expresa:

...sí, es un tema de la formalidad y la idea intuitiva y son cosas que hasta a mí, en mi cabeza se me siguen chocando... entonces es... es complejo...

En algún momento de la clase el docente escribe la definición del concepto que se planteaba introducir en esta clase.

... para nosotros ahora, la serie va a ser esta sucesión..., cuyo término general resultó de haber sumado términos de otra que venía... pero es una sucesión... Intuitivamente en la cabeza ¿qué es lo que vamos a tener?: sí, que es una suma

infinita... y sí, porque a mí no me lo saca nadie... yo sigo pensando. Pero, claro: una cosa es lo que intuitivamente uno piensa de la serie y otra es, si les pido probar algo no piensen que es una suma infinita. Van a tener que ir a consultar la definición para decir: ¡Ah!, tengo que probar tal propiedad de serie, ah, entonces tengo que probar tal propiedad de una sucesión... Y por suerte sucesiones ya lo terminamos, entonces, muchas propiedades nos van a venir bien.

Como se puede apreciar, hasta el momento la clase es expositiva, el profesor plantea preguntas que los estudiantes no pueden responder por falta de elementos y dichas preguntas tienen como objetivo reforzar las ideas que plantea el profesor dándose una especie de simulación de diálogo.

En la entrevista posterior a la clase, el profesor reconoce que su clase es expositiva y que no tiene elementos para plantear actividades en las que los estudiantes puedan tener instancias más participativas.

Entrevistador: ¿Por qué elegiste presentar el tema de esa manera? ¿Hay otras alternativas?

Profesor: Sí, hay... Primero que otras alternativas es un camino que debo empezar a explorar... yo no tengo formación... en realidad, nunca fui, nunca vi esas clases donde se les propone continuamente [actividades a los estudiantes]... este, y entonces como que no... no sé hacer eso, que vi a [nombra profesor] trabajando en algunos momentos y vi cómo la gente se prendía con lo que se trabajaba y dije: ¡Upa!, voy a tener que entrar a ver cosas de este estilo, pero ta, todavía no he tenido la oportunidad.

Luego agrega:

...los profesores tenemos que ser actores; tenemos que tener entretenido al público, y si lo tenés entretenido, ahí te pueden cazar más fácil los conceptos de Matemática... y yo estoy convencido de que eso es así.

... y yo, que no las sé plantear [a las actividades], corro mucho riesgo de que me sea muy aburrida la clase. Entonces, o sea, hago lo que más o menos puedo hacer que es poner y tratar de ir tironeando...

...mantener, tratar de mantener a los estudiantes con un.... dándoles un toque de semi-humor entre medio de las cosas, capaz que hago un chiste... o cosas por el estilo para tenerlos atentos, para poder tenerlos más atentos a la clase y en ese sentido filtrar un poco... hacerlos pensar.

Toda la clase gira en torno a la matemática y no en lo que realmente pueden hacer los estudiantes. Esto nos da indicios para pensar que efectivamente el referente epistemológico del docente en relación al conocimiento es estático, esto es, hay un cuerpo de conocimientos que el docente conoce y hay que transmitir al alumno, este deberá apropiárselos como pueda. Por otra parte, la idea de usar actividades para que los alumnos trabajen y elaboren conceptos, parece ser para él solamente un recurso para lograr la motivación y mantener la atención pero no un recurso genuino fundamental para la construcción de conceptos y la generación de significados.

El profesor parecería no ver un vínculo entre lo que se enseña en clase y la profesión en la que se están formando sus estudiantes. Esto se aprecia claramente cuando, en la entrevista posterior, al preguntarle si haría lo mismo si tuviera que tratar el mismo tema en otra institución de nivel terciario, responde que sí haría otra cosa porque hay aplicaciones inherentes a la futura profesión.

El caso del Profesor 2

En la clase hay 18 alumnos. El profesor comienza la clase buscando introducir un nuevo concepto. Para ello va tomando en cuenta los conocimientos previos que supone manejan los estudiantes. En base a un ejemplo, propuesto por el profesor, se comienza un diálogo con los estudiantes mediante el cual se van vinculando las ideas nuevas con las ya conocidas, señalando analogías y diferencias, y se va introduciendo la nueva notación. Esto estaba en las intenciones del docente tal como lo consigna en la entrevista previa:

Arrancar presentando lo que es el tema y después es en base a ejemplos; primero sacándoles de la cabeza de que las sucesiones no son solamente las a_n con el n natural y que da de resultado números reales. No, se pueden dar sucesiones de cualquier otro tipo de cosas, hasta las cosas más absurdas, bueno, lo que pasa que, para utilidad dentro de las matemáticas...

La participación de los estudiantes es promovida por el profesor en base a preguntas, en su mayoría de respuesta inmediata. En esa interrelación el docente toma los aportes de los estudiantes en la medida que le permiten dirigirse a sus objetivos. Los aportes que lo alejan del mismo son respondidos en forma escueta o se marca la discrepancia con lo aportado o se disuade al estudiante para que siga por el camino que el docente ya se ha trazado previamente.

Este primer ejemplo insume más de la mitad de la clase observada. En este primer ejemplo la palabra es monopolizada por el profesor. Los estudiantes en algunas ocasiones preguntan acerca de si lo que se busca es definir o si se trata de un prolegómeno, el profesor aclara en distintos momentos que van a trabajar inicialmente con ejemplos para ver si es posible en algún momento definir.

Esto fue explicitado en la entrevista previa con el profesor cuando se le pregunta por los objetivos de la clase:

... como toda primera clase de un tema voy a plantear primero cuál es la idea de lo que son las sucesiones de funciones, antes de hacer ningún tipo de definición, ver algunos ejemplos que, más o menos, les permita familiarizarse con el tema. La idea es que, al terminar la clase de hoy, ellos se vayan con la idea, aunque no hayamos hecho la definición, de qué es una sucesión de funciones. Este, para dar una primera clase, es un objetivo bastante humilde pero es razonable, porque no podemos construir nada para más adelante si no sabemos de lo que estamos hablando. Entonces, si después podemos formalizar una definición bueno, ta, capaz que termina ahí.

El uso de ejemplos previos que hace el profesor es valorado por los estudiantes, tanto para su propio aprendizaje de la matemática como para el desarrollo de su profesión docente. Estos dicen:

Alumno 1: Yo siempre observo. Una de las cosas que siempre hace el profesor es mostrar bastantes ejemplos, que generalmente viste que en matemática terciaria son muy abstractos y vos necesitás a veces que te muestren cosas, de visualizar. Capaz que cuando vos vas a dar una clase te pasa lo mismo: te olvidás que los ejemplos te ayudan un montón, bastantes casos, eso está bueno.

Alumno 2: Siempre, después de tantos ejemplos necesito algo más. Uno siente la necesidad de esa definición. Después de tantos ejemplos, él logra generar eso de que necesito algo más; una definición, un teorema, puedo generalizar o no, o sea él logra, te cuestiona siempre y te llega...

Alumno 1: Los ejemplos y lograr ese vacío de conocimiento... si vos venís y explicás pa pa pa pa y esto es así... como que no logran pensar que necesitan esta definición para lo siguiente.

El sentido de presentar inicialmente estos ejemplos no se limita a poder después definir el concepto sino que los mismos fueron seleccionados teniendo en cuenta el desarrollo del tema en clases siguientes, están también pensados en función del conocimiento matemático a alcanzar sobre el tema en este curso. El profesor dice que:

Es una clase introductoria sobre el tema sucesiones de funciones donde traigo simplemente un muestreo, un muestreo de algunas que están seleccionadas porque cuando después empecemos a ver distintos tipos de convergencia, ahí el virus de la convergencia está metido en los ejemplos, ¿no? Después cuando tengamos que explicar... ¿y habrá alguna que converge de tal manera pero no conserva tal propiedad?, y a dónde vamos a ir si no es al único banco de datos que vamos a tener.

La conformidad del docente con lo acaecido en clase se puede constatar en la entrevista posterior. Allí amplía su fundamentación acerca de su elección de abordar el tema de esta forma:

Me parece que se fueron con la idea de qué eran las sucesiones de funciones aunque en ningún momento hicimos todavía nada de definición. E inclusive ahora cuando llegue va a ser un trámite porque todo el mundo va a saber qué quiere decir cuando hablamos de sucesión de funciones y además cómo se define la función límite puntual.

También explicita una diferencia intencional con los libros de texto a la hora de presentar el conocimiento. Esta diferencia se basa en su experiencia como docente del curso y tienen una fundamentación didáctica.

...entiendo que para dar una definición tenés que saber lo que estás definiendo, entonces lo que no me gusta a mí, no me gusta a mí que los libros, que del punto de vista académico son inobjetables, dicen: "Definición, aplicaciones de propiedades, ejemplos". Yo soy partidario de dar ejemplos aunque no haya definido, meter la notación, que después el meterle un poquito más de rigor o tratar de visualizar una propiedad o tratar de hurgar en ella, dónde se cumple o no, es en base a lo que confío que puede cumplirse o no; si no puedo confiar no tengo ni idea de lo que me están hablando.

A mí me hubiese quedado mucho más cómodo, yo habría avanzado mucho más si arrancaba: Definición, consideramos una bla, bla, bla, lo que el libro dice... estoy tratando de distender la formalidad en lo que tiene que ver con estos temas que son nuevos... en algo que es nuevo me encanta, pero me encanta por los resultados que me da hacerlo exactamente al revés de lo que hacen los libros, por lo menos los libros habituales.... Entonces, desde el punto de vista académico es correcto un libro, super entendibles los ejemplos, un par de estos son sacados del libro, sí, están muy bien pensados, pero lo que me parece es que no está bien organizado del todo; capaz que está bien organizado para un libro, pero no para una clase.

Se aprecia en este docente una mirada crítica hacia el libro de texto pues explicita que no puede hacer en clase el mismo planteo didáctico del texto.

Referido al uso de calculadoras y *software* se dan dos situaciones en clase. Una primera en la que se busca calcular un número elevado a la 400 usando una calculadora, cuestión que no es posible hallar con dicha calculadora y, por lo tanto, se hace necesario recurrir a argumentos matemáticos para

conocer el comportamiento de una serie de valores, argumentos que, por otra parte, los estudiantes ya manejan de cursos anteriores pero que no han puesto en juego inicialmente. El docente se toma el tiempo para dejarlos calcular y fracasar para después recordarles que ya poseen conocimientos matemáticos que les permiten resolver la situación.

La otra mención se hace cuando se busca imaginar una gráfica en forma dinámica, queda sugerido que se puede lograr recurriendo a un *software* y que esto puede aportar en el desarrollo de la intuición referida al tema:

Si ahora lo hacemos dinámico, hacemos pasar rápidamente un n tras otro e imaginamos un poco... Ni hablar que esto queda precioso en uno de esos programitas que, si bien no justifican nada en absoluto, pero ustedes los analizan, los ponen en el Derive, en el Matemáticas, en cualquiera de esos, y le ponen que les dé varios valores y ahí van a ver, desde el punto de vista dinámico, cómo se te va acercando. Es que estimula bastante nuestra intuición, es disfrutable, que la gráfica la haga otro es más disfrutable todavía.

Preguntado acerca de si este mismo tema lo hubiera llevado adelante en otra institución de nivel terciario, hay una distinción en la respuesta del docente referida al lugar que tiene la matemática en el ejercicio de la futura profesión, según sea el caso. El profesor responde:

...en general, en un tema nuevo, en iguales condiciones yo lo hubiera hecho de la misma manera. Capaz que después les alivianaba un poco el repartido, el rollo de ejercicios que les tiro después, ya que maduran en forma más profunda los de acá de matemática. Entonces van a escarbar hasta lo profundo y ahí el tipo de problema sería otro. En el otro pondría, calculen la integral de cada una y comprueben, calculen todo. Lo haría un poquito más instrumental aplicado a algunos objetos.

El profesor no menciona en su respuesta el futuro profesional de los estudiantes aunque sin duda lo tiene en cuenta en el tipo de ejercicios que propone tal como lo menciona. Parecería entonces que el futuro profesional requiere de un conocimiento profundo de los conceptos más que un manejo instrumental de los mismos.

Tanto por parte del discurso del docente como del de los dos estudiantes entrevistados, se desprende que el uso de ejemplos es un preámbulo a la definición que está escrita en el texto de referencia y que finalmente se plasmará en el pizarrón en algún momento. Para el profesor, es una elección didáctica que le permite a los alumnos hacerse una idea previa del objeto a definir, y para los estudiantes la presentación de estos ejemplos se justifica en hacerles sentir la necesidad de una definición. En ningún momento aparece una mención explícita a la relación entre los ejemplos y la construcción de significados asociados al objeto. Los estudiantes hacen explícito que la manera de enseñar matemática de este profesor les da elementos para su práctica profesional. Preocupa, pensando en el futuro profesional de los alumnos y, fundamentalmente en el nivel en el que se desempeñarán, que es el nivel medio, la asentada necesidad de la definición que manifiestan para poder trabajar con un objeto matemático.

El caso del Profesor 3

En el salón hay 12 estudiantes. Comienza la clase con un repaso de lo visto sobre el tema hasta el momento. Dicho repaso lo lleva adelante el profesor con escasa participación de los estudiantes. Se continúa con el tema que sigue. Los estudiantes cuentan con un material en el que están todas las definiciones consignadas. El profesor escribe en el pizarrón una de dichas definiciones y hace una pregunta retórica acerca de qué propiedades cumple el objeto definido ya que toda esa información está escrita en el material. Luego de que los estudiantes nombran las propiedades el profesor dice: "Entonces habría que probar que es una estructura de grupo". Entendemos que de esta forma no habilita un espacio en el que los estudiantes propongan sus consideraciones en relación a las propiedades mencionadas y sus consecuencias.

Ante una pregunta de un estudiante, el profesor busca vincular los conocimientos que están trabajando con conocimientos que los estudiantes tienen de enseñanza media. Compara el tratamiento curricular del tema en secundaria con el desarrollo histórico del mismo. Argumenta que la

definición introducida debe estar acorde a los conocimientos previos manejados, más allá de los requerimientos formales, y que las propiedades de ese nuevo objeto matemático deberían seguir siendo las mismas que en un plano intuitivo.

En la entrevista previa el profesor hizo mención a este aspecto:

... Es un recurso que... que utilicé siempre... que utilizo siempre, bueno, qué saben de antes y a partir de ahí... construir y que... que los vectores los conocen los conocen... los conocen de tercero de Liceo... desde Física..., simplemente uno elabora una teoría para que vaya coincidiendo con lo que se sabe de antes... y ampliando el horizonte...

El tratamiento elegido busca servir de fundamento para los conocimientos intuitivos que manejan los estudiantes, las necesidades matemáticas de este curso y cursos posteriores, y para su seguridad como docentes:

Los vectores geométricos los conocen desde tercer año de liceo en Física y nunca tuvieron una descripción formal de los vectores geométricos. Me parece relevante para... para un futuro profesor de Matemática que, bueno, aunque posteriormente no lo vuelque a sus clases que bueno, si en definitiva en algunos momentos lo rascan sepa qué es lo que hay atrás... formalmente..., cómo se puede formalizar esta idea de... del vector geométrico... y segundo ir... allanando el camino para presentar los espacios vectoriales de forma más abstracta, que va a ser el próximo tema.

En la clase el desarrollo del tema lo hace el profesor. Las intervenciones de los estudiantes son usadas para testear por parte del docente para ver el grado de aceptación y comprensión del discurso desarrollado por él. De esa misma forma lo ven los estudiantes entrevistados después de esta clase. Una estudiante manifiesta que:

... la clase de él me resulta muy amena... o sea, es un profesor que se interesa... que se da cuenta cuando el grupo quedó medio descolocado, digo... nosotros transmitimos quizás con la cara y ese tipo de cosas... y él lo sabe... lo sabe interpretar. Entonces, en cuanto a lo académico yo siempre me voy muy conforme

y hoy... es un profesor que no..., a pesar que yo tengo 40 años... creo que tengo una edad que no tengo problemas de decirle al profesor... "no entiendo"... este... el abre sus puertas para que uno pueda participar... y se hace muy... muy dinámica también, en cuanto a lo académico. Y en cuanto a lo personal... personal... individual... en la intercomunicación, ese diálogo que puede un alumno, por decirte, participar o comentar en algo... y, este... y otro es el intercambio que a veces, que hay entre compañeros... me parece que es muy... muy rico..., digo, a mí la clase de él me... me encanta.

De acuerdo a lo expresado por esta estudiante parece ser que la participación se remite a poder expresar en clase las dudas y el ser tenidos en cuenta se remitiría a que el profesor se dé cuenta de si entendieron o no.

En la clase observada parece haber una ficción del diálogo/participación que es compartida por profesor y estudiantes. Esto coincide con lo expresado por los estudiantes:

Alumno 1: No, a mí me... me llama la atención el intercambio que él hace... que no es un profesor que vaya y larga todo lo que sabe...

Alumno 2: Sí, y aparte es un profesor que ya tiene su tiempo dando la materia... sabe... de "re... re-contrá" memoria como organizar el pizarrón... cuando deja un espacio por algo lo deja porque después viene el comentario que lo aclara, digo... en eso... la... la dinámica que tiene para dar la clase...

Alumno 1: Claro, no es una clase rígida... ahí está... a eso lo veo también, que uno se puede reír, puede hacer un chiste porque... hay intercambio... bueno..., en ese sentido sí...

De acuerdo a estos comentarios, los estudiantes valoran el clima de trabajo en la clase y parece ser que definirían el intercambio en clase como la posibilidad de estar distendidos.

En el discurso del profesor, en la entrevista posterior, se aprecia una intención de que los estudiantes participen en su propio aprendizaje, hecho que no fue observado en esta clase:

Profesor: Esencialmente en cuanto al aprendizaje... Yo por lo menos intento... no sé qué lograré al respecto, pero el estudiante es partícipe de la construcción...

Entrevistador: Pero... ¿en qué sentido?

Profesor: ... que ellos sean partícipes de la construcción, o sea, la definición, aunque todos sabemos que desde el punto de vista formal puedo definir lo que a mí se me ocurra... las definiciones no son arbitrarias..., vienen de algún lado... y es muy difícil ser consistente y arbitrario, eso es prácticamente imposible. Entonces... si... la persona está interviniendo... aportando... de cómo definiría... cómo lo haría... por qué camino... por este otro... corrigiendo... asumiendo..., lo incorpora de otra manera, pasa a ser suyo..., en cambio, si recibe a una clase, aunque estuviera maravillosa -que no es mi clase- una clase maravillosamente expositiva... todo es perfecto... todo impecable..., y sigue siendo de otro. En cambio, en este caso, mis intenciones son más modestas... de alguna manera intento... que en parte sea de ellos... que... reconstruir y... que se apropien del conocimiento y que ellos mismos propongan cosas, corrijan, vayan, vengan, ideas distintas... No se dio en esta clase, pero en otras clases se dan... que yo me he encontrado con... con mejores demostraciones o con... mejores ideas de las que yo tenía pensado que me hacían por parte de los estudiantes...

En suma, la clase se desarrolla básicamente de la siguiente manera: el profesor siguiendo su discurso y los alumnos participando en base a lo que van viendo en el material del curso (que coincide con el discurso del profesor). Si bien el docente intenta dar participación a los estudiantes, esta se remite a pequeñas participaciones que permiten continuar avanzando en el desarrollo del tema más que a la participación activa en la construcción del conocimiento que de antemano está pautado en el material entregado a los estudiantes.

El caso del Profesor 4

En el salón hay 19 estudiantes. La clase comienza tratando de introducir un nuevo concepto. Este es una ampliación de conceptos que los estudiantes traen de bachillerato. El profesor tiene la intención de aprovechar esos conocimientos previos y utilizar la visualización para ejemplificar y dar sentido a los nuevos entes que pretende definir. Así lo consigna en la entrevista previa:

... Creo que la... definición de abiertos la vinculo a punto interior... un abierto con... cuando todos los puntos son interiores y está... es la más clara que se lee bien... es intuitiva y... y uno puede hacer un dibujito en el pizarrón... de \mathbb{R} recta Real y bueno, es bastante visualizable cuándo un punto es interior o no. En definitiva con varios ejemplitos que... que ellos visualicen cuándo un punto es interior y cuándo no y bueno, empezar por ahí.

En la clase el profesor comienza dando la definición de intervalo en \mathbb{R} con la explicación correspondiente de por qué se puede definir en este momento del desarrollo de la teoría. Luego define punto interior y utiliza los intervalos en la recta real para ejemplificar. Al tratar de explicar el nuevo concepto, una estudiante le propone tomar un entorno –concepto que los estudiantes manejan de cursos anteriores- pero el docente se niega a llamarlo por su nombre argumentando que en el desarrollo de la teoría que está llevando adelante todavía no se definió dicho concepto.

Profesor: ¿Este punto es interior al intervalo?

Alumno: Sí, porque hay un entorno...

Profesor: La compañera dice que por ahí hay un entorno, pero nosotros no definimos entorno todavía, se puede usar la palabra, pero movámonos con cuidado..., entorno lo definimos luego.

Continúa la clase con varios ejemplos del nuevo concepto introducido, ejemplos que plantea el profesor y en los que los estudiantes deben verificar si se cumple o no dicha definición. Durante todo este desarrollo el clima de la clase es de atención absoluta a lo que explica el profesor. El papel de los estudiantes se remite a copiar lo que el profesor escribe en la

pizarra y a realizar intervenciones puntuales ante requerimientos del docente.

En la entrevista posterior, cuando se le pregunta el porqué de la exposición del tema tal como lo hizo, se puede apreciar que, por un lado, siente la necesidad de justificar ante sus estudiantes el porqué y para qué de los conceptos que se trabajan, y por otro, siente el peso de la teoría:

...toda esta parte de Topología, en realidad, que es... como les explicaba a los muchachos... Topología en \mathbb{R} es lo mínimo indispensable que necesitamos... para luego introducir los conceptos de límite, de continuidad y derivabilidad que sí tienen toda una motivación histórica detrás... esto es mera... mera herramienta para los temas que vienen, entonces, en realidad, no... no hay ninguna motivación histórica para ver punto interior... y para ver abierto... más allá de la que viene luego..., entonces... uno no puede tirar en la clase... Bueno, vamos a ver esto porque vamos a introducirnos al límite y todo eso, sino que me parece que tenemos que ver... primero estos conceptos... luego viene lo de acumulación y todo lo demás... y así de ahí en adelante, bueno... ahí sí plantear... históricamente... a mí me gusta usar lo histórico para introducir el tema... para este tema en particular, hago lo que hago porque lo necesito.

Cuando se le pregunta al docente si la forma de trabajo que desarrolla en formación docente es la misma que para cualquier otra carrera, argumenta que en el caso de la formación de profesores de matemática es importante presentar en clase ejemplos de su experiencia como profesor de secundaria.

...no, lo que pasa que... capaz que hoy no se vio bien, yo hago bastantes enganches con secundaria de lo que uno puede o no conocer, puede o no hacer.

Los estudiantes entrevistados parecen valorar esos aportes del docente para su futuro desempeño en clase:

Alumno 2: Sí, hay ciertas cosas que vemos con el profesor que nos sirven, por ejemplo... este... hasta cosas mínimas... no hablar cuando estás escribiendo en el pizarrón porque no se escucha para atrás... ya sea que él lo haga o no y...

Alumno 1: Eso de un compañero... escuchar a nuestros compañeros, que ellos escuchen, ta... eso.

Alumno 2: ... y también hacer una síntesis en el pizarrón de lo que se discutió... eso es bueno, me parece que está rebien...

Continuando con la entrevista posterior, el profesor plantea las diferencias entre un curso para futuros profesores y para estudiantes de ciencias.

Profesor: Creo que en Ciencias no lo haría... [se refiere a las referencias a enseñanza secundaria] pero no se por qué no lo haría... capaz que lo haría igual pero, no sé... creo que no... lo que podría... podría dejar más puntas abiertas para que los tipos... se fueran para la casa con... con más dudas... a mí no me gusta que quede la clase así cerrada con mucha duda para que ellos se lleven... más allá de que se llevan repartidos de ejercicios, ¿no?, pero... no me gusta que se lleven muchas dudas para la casa de lo que ocurrió en la clase... Sí cuando planteo ejercicios, ¿no?

Entrevistador: ¿Y por qué acá no querés que ellos se lleven esas dudas? Que queden puntas abiertas...

Profesor: ...pero... sí, sí... porque me parece que hay varias cuestiones con respecto a la enseñanza que después... a ver... todos estamos bastante cansados de ir a clases de otros lados... secundaria y ver cosas que... son horribles... sobre todo porque... hay mucha gente que... cree que... sale de una clase de acá y puede ir con su mismo cuadernito a transportarlo a secundaria. Dada esa realidad que ocurre, yo prefiero que el cuaderno les cierre..., entonces, los conceptos centrales... -no los problemas que uno pone para que los tipos investiguen-, sino lo central mínimo... definiciones, la definición de... en este caso de abierto, la definición de intervalo, o sea, yo podría haberles tirado unos ejercicios, investiguen qué pasa con este y no digo nada, pero después no aparece la necesidad de la definición porque no vieron ningún conjunto que... que sí y otros que no..., o sea, ¿no? ... unos que verifican y otros que no verifican... entonces... bueno, me parece que eso tiene que estar cerrado.

Como puede observarse, el profesor no solo entrega un conocimiento cerrado sino que también lo cierra para el futuro profesional de esos

estudiantes argumentando que si esos estudiantes, mañana profesores, decidieran repetir en sus clases lo que él les ha enseñado, deberán tenerlo perfectamente registrado.

El caso del Profesor 5

En el salón hay 23 estudiantes. La clase comienza con un repaso de lo visto en la clase anterior. El profesor escribe los resultados ya trabajados en la pizarra. Mientras el docente realiza esta tarea los estudiantes no prestan demasiada atención. Cuando el profesor comienza a leer lo que escribió, el clima de la clase es de atención total. Plantea a los estudiantes una serie de actividades para realizar utilizando el siguiente enunciado: "Probar las siguientes propiedades". De esta forma no se da lugar a que el estudiante pueda conjeturar sobre el valor de verdad de las mismas. Estas actividades deberán ser trabajadas para la próxima clase.

A continuación el profesor presenta una serie de ejemplos en forma gráfica que ilustran el concepto que se propone definir. Se hacen comentarios sobre los mismos en forma oral y luego el profesor define el nuevo concepto. No aparece ningún ejemplo. Luego de la definición se pasa a la demostración de propiedades. Hasta el momento no hay interacción de ningún tipo en la clase. El profesor habla y los estudiantes escuchan y toman notas de lo que se escribe en la pizarra.

De acuerdo a lo expresado por el docente en la entrevista previa, la clase se desarrolla de la forma en que él la tenía pensada:

Profesor: ... vamos a definir lo que es sub-espacio, eso sin duda... probar alguna condición... eso lo voy a tratar con un poco de detalle porque me parece... a mí me parece que cuesta más de lo que uno puede pensar, por lo menos yo al principio del curso pensaba que eso era algo que tenía que ser natural y no, me parece que no... además esta generación en particular me parece que..., en cuanto a abstracción se refiere... [...] ver en qué condiciones el neutro y el opuesto también andan bien ... y, bueno, jugar un poquito con eso y tratar de lograr formular con un poco de detalle que queden bien convencidos de que... para probar que es un

espacio alcanza con ver, en definitiva, que cualquier combinación lineal de los elementos del sub-espacio..., que eso ocupa la primera parte del objetivo, digamos... inmediato ... y después meterme un poco a afinar... creo que voy a meter unos ejemplos en el medio antes que meterme en suma en sub-espacios... básicamente convencerlos...

Cuando el profesor expresa "vamos a definir", resulta ser una expresión de deseo ya que es él quien define, ejemplifica, explica y, por supuesto, institucionaliza el nuevo conocimiento. No se comprende qué quiere expresar el profesor cuando dice "convencerlos". Por esta palabra que emplea el docente podría inferirse que en clase, pretende realizar un planteo en el que se abra un cuestionamiento por parte de los estudiantes que dé lugar a la necesidad de convencerlos. Sin embargo, en la clase, se observó por parte del profesor un discurso totalmente retórico que no ofreció participación real a los alumnos. En base a esto inferimos que esa necesidad que siente el profesor de "convencer" a los estudiantes responde a una necesidad interna que le permite sustentar y fundamentar el tipo de práctica que lleva adelante.

También, en la entrevista previa, el profesor dice:

[...] me resulta pesada a mí [la clase] porque... es un grupo que habla... habla... habla... habla...

[...] hablan, hablan y cuando se callan hay que aprovechar.

Parecería que para el docente el silencio es una condición *sine qua non* para lograr el aprendizaje.

El caso del profesor 6

En la clase hay 29 estudiantes presentes. El profesor inicia la clase con una actividad que consiste en dejar caer reiteradamente tres biromes al piso, sin hacer una pregunta que guíe a los estudiantes. Más adelante sugiere pensar en las rectas que contienen a esas biromes. A partir de este momento los

estudiantes empiezan a hacer alguna pregunta: “¿Estás buscando que queden las tres alineadas?”, pregunta un estudiante; otro sugiere que “pueden quedar dos paralelas y una perpendicular”; otro que “dos de las rectas pueden coincidir y la tercera ser perpendicular”. Se sigue hablando de las distintas posibilidades que pueden darse para tres rectas en un plano y el docente hace un rápido y confuso resumen en el que busca explicitar las nociones intuitivas de los estudiantes acerca de la posición relativa de tres rectas en un plano.

Abruptamente el docente cambia de tema y realiza una pregunta para orientar lo que seguirá trabajando en la clase. Esta pregunta lleva a los estudiantes a hacer explícitos sus conocimientos previos sobre el concepto a tratar. Surgen dos posibles definiciones, el profesor representa las dos situaciones en el pizarrón y con los aportes de todos se busca esclarecer si son equivalentes o no. Una vez elaborada esa demostración en colectivo se pide a los estudiantes que la escriban en sus cuadernos.

Esta forma de trabajo es coherente con uno de los objetivos de la clase que el docente explicita en la entrevista previa:

Entrevistador: ¿El objetivo es que ellos lleguen a alguna demostración o es ver la dificultad que implica generar esa demostración?

Profesor: No. Es ver... es ver la dificultad que implica armar una demostración.

Al pasar por los bancos el profesor se percató que los estudiantes no pueden escribir la demostración por no tener claro de qué parten y hacia dónde van, lo que lo lleva a formalizar en el pizarrón. En el pizarrón lo que se hace es, a partir de una figura, conversar la demostración y hacer un esquema de la misma para que los estudiantes la completen. Para el recíproco el profesor escribe en el pizarrón la hipótesis y tesis de la proposición a demostrar y se van analizando las distintas demostraciones que proponen los estudiantes. En todo momento el profesor alienta esta participación colectivizando los aportes para ponerlos a consideración de la clase. El profesor busca que haya un acuerdo de la clase en torno a las

ideas que se toman y también de las que se descartan, que los estudiantes expliciten sus razones en cada caso.

Se plantea una nueva situación problemática que de alguna manera involucra lo que se trabajó al principio de la clase aparentemente cerrando un círculo.

En la entrevista posterior, al preguntarle por qué eligió esa secuencia de trabajo, dice:

Profesor: Durante años ese mismo esquema arrancaba sin tener el principio ni el final. O sea, se veía la propiedad de la mediatriz, se demostraba la concurrencia y seguíamos con otra cosa, digamos. O sea, que nunca estaba el... cuál es la gracia de todo esto, ¿no? Así que por eso tuvo ese principio de las lapiceras a ver si hay una idea intuitiva ahí...

Entrevistador: ¿Y por qué te parece que sirve verlo así?

P: Este... A mí, digo... Ahí... Yo lo que... lo que lucho es contra mi pasado de... de que antes eso pasaba sin pena ni gloria..., después se venía..., entraba la... concurrencia, bisectriz, altura, medianas, y yo que sé, pero nunca estaba el... el, bueno, el ver eso en el marco de qué era, este, de que eso podía ser interesante, acá...

E: Y cuando te referís a tu pasado, ¿a qué te referís?

Profesor: Ah, yo que sé, diez años, diez, como mínimo, haciendo esto mismo... y sin tener ni ese principio ni ese final.

E: O sea que lo ves, digamos, para darle mayor significación al tema de la concurrencia, por ahí...

P: Sí, me parece que es tratar de que vean de una manera intuitiva que el hecho de que tres rectas concurren o que haya tres rectas paralelas es algo atípico... y por atípico me parece que es interesante, ¿no? O sea, interesante a los efectos de la Geometría.

Por las entrevistas previa y posterior y por la clase observada, se aprecia una preocupación del docente por dar sentido a los temas que se trabajaron en la clase.

También se aprecia interés para que los estudiantes planteen sus ideas, que dichas ideas se discutan entre todos analizando sus pros y contras. El

estudiante es el protagonista de la clase elaborando y comunicando ideas así como escuchando, tratando de entender y tomando partido respecto a las ideas de sus compañeros.

A pesar de lo señalado previamente el docente no logra institucionalizar los conocimientos que se manejaron en la clase. Esto es reconocido por el propio docente en la entrevista posterior. También se puede inferir de la entrevista que se mantuvo con dos estudiantes después de la clase. Al preguntarles de qué había tratado la clase uno de ellos responde:

Alumno 2: Al concluir la clase, este, vimos, o sea, cuando teníamos las lapiceras estimamos nosotros, o sea estadísticamente y de acuerdo a la... al sentido común de cada uno de los estudiantes y, bueno, pueden caer allí de esta forma, de esta forma alineada, cruzada, bueno, como pueden caer y, bueno, y terminamos la clase... cuando, este, el profesor concluyó y nosotros lo vimos en pizarrón y las distintas posibilidades que teníamos para las bisectrices y las mediatrices.

Esto parece evidenciar una cierta confusión sobre la temática abordada en la clase, esto puede deberse a la falta, por parte del docente, de jerarquización de los conceptos y las relaciones establecidas.

Por parte del docente no parece haber preocupación por el lenguaje que se usa en clase, tanto por su parte como por parte de los estudiantes, no corrige el vocabulario que usan los estudiantes y es despreocupado con el suyo propio.

¿Cómo es vivido por los estudiantes entrevistados esta forma de presentar el conocimiento en el salón de clase?

Alumno 1: A mí me parece que te hace más razonar que lo cotidiano, en lo de siempre como que te, ta, te ponen la definición, vas caminando de a poquito como que no te hacen abstraerte mucho.

Entrevistador: ¿Y el aprendizaje es el mismo?... ¿lo que aprendés es lo mismo que aprendés en una clase rutinaria? ... Según lo que estás planteando tú, ¿aprendés las mismas cosas?

Alumno 2: Sí. Para mí aprendés las mismas cosas. El objetivo es el mismo: es aprender las bisectrices, las mediatrices, la definición...

E: Y entonces ¿qué es lo beneficioso?

Alumno 2: Es cómo te atrapa, cómo te lleva a descubrir ese tipo de cosas, ¿ta?

[...]

Alumno 2: Aprendés a descubrir si querés llamarlo... pero si terminás sabiendo lo mismo, capaz que estoy equivocado pero, lo que yo quiero significar es lo siguiente: si un profesor tradicional, vamos a llamarle, arranca con una definición pa, pa, pa, y te ponés a hacer ejercicios, a la larga, este, vas a aprender y vas a poder visualizar en cualquier, este, ejercicio, a trazar la bisectriz o identificarla, si está trazada, como es, las propiedades que pueden derivar y determinadas cosas, ¿ta?, y eso lo aprendés con un profesor tradicional. De esta manera el objetivo es el mismo, lo vas a aprender, lo aprendés de manera distinta, ¿ta?, y a mí me atrapó mejor. Ahora, si vos le decís que el descubrir es aprender otra cosa, bueno sí, aprendemos otra cosa.

El docente en todo momento negocia los significados con los estudiantes, no impone una forma de conocimiento frente a otra. Los alumnos se sienten partícipes en la construcción del conocimiento. Este profesor evidencia un referente epistemológico dinámico.

El caso del profesor 7

En la clase hay 18 estudiantes. Empiezan la clase con un trabajo en equipos sobre algunos ejercicios que tienen en la ficha en la que aparecen valores numéricos concretos y que están orientados a conjeturar una propiedad. El profesor va recorriendo los distintos grupos aclarando dudas a requerimiento de los estudiantes. Luego de aproximadamente 15-20 minutos el profesor propone realizar la puesta a punto para lo cual solicita a un estudiante que pase a explicar al pizarrón. El estudiante se expresa en términos de "nosotros pensamos", haciendo el relato de lo trabajado en conjunto por el equipo. Algunos estudiantes de los otros equipos van haciendo preguntas al estudiante que está explicando en el pizarrón, y este va contestando. El profesor interviene colectivizando las preguntas, a veces clarificándolas, mostrando la necesidad de nombrar algunos elementos que componen la figura para hacer posible la comunicación en la clase,

organizando las intervenciones de los estudiantes cuando estos hablan más de uno a la vez, solicitando justificaciones cuando estas no son explicitadas y son necesarias para el encadenamiento lógico de las deducciones, sugiriendo alternativas a la forma de organizar la escritura de la explicación en el pizarrón, interviniendo entre las interacciones de los estudiantes.

Con la misma dinámica de trabajo pasan otros representantes de equipos a explicar lo que hicieron al pizarrón, referido a otros ejercicios.

Tomando lo trabajado hasta el momento, y ante la ausente observación de los estudiantes, el profesor establece analogías tendientes a que estos formulen una conjetura general que englobe todas las situaciones anteriores. Los estudiantes demuestran uno de los casos en que queda dividida la demostración, se conversa sobre el segundo caso en base a lo hecho en el primero y luego el profesor escribe en el pizarrón el tercer caso con la participación de los estudiantes.

Este desarrollo de la clase es acorde a lo expresado por el docente en la entrevista previa:

Entonces ahora, bueno, la idea es arrancar la clase con algunos ejercicios en donde... pueden calcular ángulos de la circunferencia sin necesidad de usar la... la... la propiedad como para ir viendo más pasos en donde esas propiedades se cumplen y, a su vez,... tratar de ir como... encontrando justificaciones de la propiedad en general. Y ta, después vamos a... supongo que saldrá... no se bien después, bueno, para qué lado va a disparar la cosa, pero en realidad es... trabajar sobre la propiedad en forma genérica a ver si ellos pueden lograr una... una demostración en forma genérica,... y ver algunas aplicaciones... de la propiedad en cuanto... ángulos iguales cuerdas iguales, bueno, todo ese tipo de cosas y viendo a ver que surge... y ta.

...objetivos que sobrevuelan a esta clase particular que es lo de siempre, bueno, tratar de ir generando una... como que ellos vayan generando cadenas lógico deductivas por su cuenta... ¿no? como, conjeturando cosas y tratando de demostrarlas. Eso que común, sobrevuela en... todas las clases, no es solo... solo en

esta en particular, pero en realidad se... se va... me parece que surge también en esta clase.

La intención de trabajar de esta forma tiene un estrecho vínculo con cómo concibe el docente el conocimiento, lo expresa en las entrevistas previa y posterior:

...yo enfatizo mucho en, en que los muchachos sean los que hacen, los que resuelven problemas y que a partir de esos problemas generen conocimiento...

...parto un poco de la premisa que más... más allá del concepto en sí, como que es importante el cómo lo juntás... que los alumnos vean... que es algo que ellos mismos van construyendo... lo importante es que ellos sean los que vayan estructurando la cuestión... y no... la cantidad de contenido que doy, digamos, y eso me parece que es importante.

Esto es reconocido por los estudiantes:

Alumno 1: [...] a mí me gusta mucho como él maneja los temas porque... no... no los trabaja... en sí él, sino que nos hace descubrir las cosas a través de ejercicios, por ejemplo,... de..., yo que sé, un problema te puede hacer descubrir algo que después lo vas a relacionar, o sea, va encadenando todas las cosas para que sea muchísimo más fácil de entender todo...

La concepción del conocimiento del docente, la forma de trabajar en clase y la forma en que los estudiantes dicen aprender es coherente:

Alumno 1: [...] como él lo enseña los vas aprendiendo y no lo tenés que..., digamos, estudiar para saberlo, digamos, no te sentás después... a la semana con un cuaderno mirando a ver cómo se llegó a tal cosa..., sino que vos ya lo vas aprendiendo en su momento...

Entrevistador: ¿Como lo hiciste lo podés repetir?

Alumno 1: Claro, porque te lo deja..., te lo..., te lo pone a pensar y lo hace... prácticamente... con las pautas de él, viste, hacer..., hacer..., buscar la solución...

Los estudiantes manifiestan que tuvieron una experiencia previa diferente con estos mismos conocimientos y a partir de esta clase logran dar sentido a lo que antes memorizaban:

Alumno 2: La propiedad esa la tuve que aprender bastantes veces para... lo tuve que aprender y memorizar prácticamente a fuerza...

Entrevistador: ¿Y ahora qué te llevás?

Alumno 2: Y ahora me llevo que hay una razón para... para lo que son las propiedades de la Matemática.

Este docente evidencia una clara intención de negociar significados con los estudiantes y brinda espacios de aprendizaje para que sean los propios estudiantes los que generan el conocimiento, a partir de actividades que tienen un objetivo de enseñanza preciso.

El caso del Profesor 8

Hay 38 estudiantes en clase lo que hace casi imposible moverse en el salón. Se trabaja con un repartido de práctico. El profesor señala un ejercicio para hacer y se dan unos minutos para que los estudiantes lo trabajen ya sea en forma individual o en equipos. Luego de transcurrido este lapso de tiempo se hace una puesta en común. Los estudiantes que están adelante van pasando al pizarrón a explicar lo que hicieron. El primer ejercicio consiste en aplicar las definiciones ya vistas la clase anterior a una serie de objetos representados gráficamente. En esta instancia el docente no hace mucho hincapié en la interpretación de esas representaciones, lo que lleva a que los estudiantes no entiendan y repregunten, ante lo que el docente responde buscando clarificar. El docente propone un nuevo ejercicio para trabajar y se repite la dinámica anterior de darles un tiempo y que pasen al pizarrón a explicar lo que hicieron. En la puesta a punto de este nuevo ejercicio el docente, ante lo que van expresando los estudiantes, va repreguntando para así hacer precisiones al respecto. Lo que se busca es que el estudiante reflexione sobre lo que ha dicho y pueda reformularlo en términos más precisos. Veamos un ejemplo de lo mencionado:

Profesor: ... O sea, uno podría proponerse... encontrar el recorrido ...

Alumno: Sí.

Profesor: ... ¿verdad? ... ¿cuál era el recorrido?

Alumno: (varios estudiantes comienzan a proponer posibles respuestas, entre las que sobresale "la unión")

Profesor: ... la unión...

Alumno: ... de las imágenes.

Profesor: ... la unión de las imágenes... tomamos cada elemento que es imagen y lo unimos con los otros... ¿Cómo hago eso?

Alumno: El conjunto de las uniones...

Profesor: ... El conjunto de las uniones...

Alumno: No. El conjunto de los elementos que tienen preimagen... (se corrige) ... de los elementos del dominio que tienen preimagen.

Profesor: ... el conjunto de elementos del...

Alumno: Codominio que tienen preimagen

Profesor: Ah, del codominio que tienen preimagen... Eso sí, ¿verdad? ...

Hasta aquí el docente buscó que el estudiante pudiera formular claramente la idea que tenía en mente. A partir de este momento el docente retoma la misma dinámica de repreguntar para analizar si lo expresado es o no correcto.

Profesor: Lo que no me queda claro es cómo hago yo la unión de las imágenes... la unión, a ver... ¿qué... qué es la unión?

Alumno: Una operación...

Profesor: ... es una operación... ¿entre?

Alumno: ... conjuntos.

Profesor: ... conjuntos... por lo tanto ¿debería tener conjuntos para unir? ...

Así se continúa frente a las diferentes propuestas de los estudiantes. El docente escribe en el pizarrón cuando es necesario con el fin de clarificar ideas.

Esta forma de ir aproximándose al conocimiento es acorde con lo expresado por el docente en la entrevista posterior a la clase:

Profesor: ... viste que en general les pido que pase uno al pizarrón y que vayan contando lo que hicieron... claro, tienen una dificultad que es en el lenguaje... que a veces uno ve que la idea está... y lo que se dice es una cuestión muy distinta... bueno eso es un trabajo... eso es un trabajo que hay que hacerlo, ¿no?... que es de a poco... que depende de los momentos... a veces yo los paro más... a veces no, depende.

E: Sí, sí.

Profesor: ... sí pero a veces, tampoco los dejás terminar la idea ¿no?, entonces, de repente, prefiero que diga la idea que, además, muchos comparten hasta dicho del mismo modo y de repente ahí la prolijamos un poco... Me siento más cómodo, además, trabajando así... yo te cuento: cuando yo trabajé el primer año acá, me paraba en el pizarrón y yo daba la clase...

Tomando lo que hizo otro estudiante el docente propone al grupo resolver el mismo ejercicio desde otro registro de representación. Una vez conseguido esto se plantea una discusión en clase acerca de las distintas formas de resolver el ejercicio. Hay estudiantes que insisten que la primera forma en que se lo resolvió es más fácil y por tanto la segunda es innecesaria. El docente explica:

Profesor: Más fácil en este caso... la idea es que tengan dos estrategias:... se puede pensar de manera algebraica o gráficamente... la idea es que manejen los conocimientos que tienen previos, o sea, hay funciones que ustedes ya saben cómo se representan y las pueden usar, pero otras que no...

Se ve una preocupación del docente en que los estudiantes manejen más de un abordaje a la situación planteada, lo que redundaría en una aproximación más rica al conocimiento que se está trabajando en clase.

Preguntado el docente acerca de si trabajaría el tema de la misma forma en otro ámbito que no fuera la formación de profesores, expresa:

Profesor: [...] hay cosas que a estos chicos les comento, que hablamos... cuestiones más del tipo didáctico, de cómo volcar esto después en un aula... que a los de facultad no se los digo...

De la entrevista mantenida con los estudiantes después de la clase estos rescatan como positivo la importancia de “armar el tema para dar la clase”, “dar la clase, pararse frente al grupo, es mejor pararse con los compañeros para después estar más acostumbrados cuando se haga frente a estudiantes”.

También valoran positivamente la forma de trabajo en el salón de clase que propone este docente.

Alumno 1: ... es alternativa a la clase rígida de enseñanza media donde es el profesor el que escribe todo, que te dice esto se hace así o asá... en esta clase está la posibilidad de averiguar...

[...]

Alumno 1: No, me parece que la participación de nosotros es fundamental, digo, por la propia formación... el que va a ser docente, me parece que el tener que nosotros exponer el conocimiento nos ayuda a lo que va a ser nuestra labor de futuro, ¿no?, estar frente a un pizarrón... el tratar de escribir las cosas bien, los conceptos que sean claros, el discutir con los compañeros, todo eso nos ayuda en lo que va a ser el día de mañana nuestra profesión.

E: Entonces, la segunda pregunta apuntaba a eso: para su futura profesión, se llevan... vos ya contaste qué te llevás...

Alumno 2: ... te sirve un montón, sí... la práctica de sentarse un montón de personas que te están mirando así,... yo que sé, es como una tensión que tenés, como que, ya lo hacés en tu clase, como que entrás más en confianza y tenés un poquito más de apoyo... en grupo, así..., o sea, a mí me ayudó un montón...

Alumno 1: Me parece que esta... es una... metodología de aprendizaje que..., a mí me parece que es absolutamente válida porque me parece que... como que investigar y buscar cosas te afirma más el conocimiento...

El trabajo en esta clase evidencia que el docente abre espacios para el trabajo matemático, la transformación del conocimiento está tanto a cargo del profesor como de los estudiantes. Dado el cambio que el propio docente manifiesta haber tenido en su propuesta metodológica respecto de lo que hacía cuando comenzó a trabajar en formación docente, se evidencia un cambio en su referente epistemológico que claramente ha dejado de ser estático como al parecer lo era al inicio de su labor docente en este nivel.

El caso del profesor 9

En la clase hay 32 alumnos. En esta clase se comienza con un nuevo tema. El profesor plantea cuáles son las preguntas centrales que tendrán que responder al abordar el nuevo tema: analizar si se mantienen en un nuevo contexto algunas propiedades conocidas por los estudiantes en un contexto más restringido. El profesor da pautas claras acerca de la profundidad con la que abordar la lectura. Se trabaja inicialmente en grupos en base a una lectura seleccionada por el profesor de un libro que forma parte de la bibliografía del curso. El profesor va pasando por los grupos atendiendo preguntas que van surgiendo. Luego de la lectura se colectiviza, explicitando los posibles desfasajes entre la realidad exterior y los modelos matemáticos. Entre todos contestan una de las primeras preguntas que guiaban la lectura y vinculan el nuevo tema con otros ya vistos en el mismo curso. Continúa la clase trabajando en dos actividades propuestas por el docente. Los estudiantes retoman el trabajo en grupo, el profesor vuelve a recorrer los grupos y cuando todos parecen haber terminado la primera actividad se hace una nueva puesta a punto. Concluyen que una de las propiedades que se analizaba no se cumple en este nuevo contexto y el profesor deja pendiente averiguar bajo qué condiciones sí se va cumplir. Respecto de la segunda pregunta, siempre trabajando a nivel intuitivo y explicitando los argumentos manejados, se concluye que en general tampoco se cumple. El profesor anticipa algunas nuevas interrogantes que se abordarán en clases venideras.

Esta forma de presentar el conocimiento es acorde a lo planteado por el profesor tanto en la entrevista previa como en la posterior:

... y antes de ver la definición ni nada de eso o, por lo menos,... no de verla formalmente... la idea es tratar de ver si se puede extender la noción de suma de reales a suma infinita y ver qué propiedades se conservan o no... de manera informal... si se conserva la asociativa, la conmutativa y esas cosas... que la clase de hoy mi idea es que..., por lo menos, empiecen a vislumbrar la diferencia entre una suma finita y una suma infinita... qué cosas se... pasan y qué cosas no... qué cosas

distintas hay... La lectura es para que, básicamente, vean cómo fue el... el desarrollo histórico... qué es lo que hace...

Los motivos en que se basa el profesor para introducir el tema de esta forma tienen que ver por un lado con un conocimiento de las posibilidades de los estudiantes con los que trabaja y por otro a la dificultad del tema a tratar:

...me parece que es un tema delicado que para ellos no es... no es de comprensión a nivel conceptual muy simple..., hay muchos que sé que tienen... muchos problemas con... con... ya con... haber entendido las sucesiones y ahora, encima, le metemos la suma y todo lo demás... me parece como que había que arrancar con pie firme y... este... y bien despacio y...y saber bien dónde estaban parados... este, ¿no?... No era un tema como para empezar diciendo definición y sigo...

Esta forma de introducirse en el estudio de un nuevo tema es apreciado por los dos estudiantes entrevistados:

...yo es la tercera vez que lo veo con profesores distintos y, en realidad, es la primera vez que lo introducen con..., digamos, desde... desde generar una situación donde vos veas como... qué es lo que pasa, ¿no?... en realidad, siempre, bueno..., ta el profesor te da esto, ta ta ta ... y dice que puede pasar esto, puede pasar lo otro, pero... en realidad nunca hemos trabajado en... pero en realidad, lo que está bueno, que se repite con él es eso, ¿no?... introducir los temas mediante esto... de decir, bueno, no se cumple la conmutativa, se cumple la conmutativa... en este caso se cumple, en este caso no... se da una... una situación que te genera a vos ver... qué se puede cumplir, qué no se puede cumplir, en qué condiciones... entonces lo voy a investigar, ¿no?... pero está bueno esto desde... desde una situación... generar esa investigación... se cumple o no se cumple... entramos en discusión... entramos a "tirar duraznos"...

... está bueno las instancias de... de discutir con el otro... porque si no, no podés ver cosas que no conocías... en... esta no... las distintas formas de ver, en realidad, o... o de aportar, ¿no?... en... que está bueno poder escuchar al otro... y aportar al otro...

... es que tiene claro que estás formando un docente..., no estás formando un matemático... cosa de que yo he visto con otros profesores que lo que hacen

simplemente es formarte como... matemático... no, sí, obviamente que vos también querés aprender la asignatura...

Y también es valorado positivamente por los estudiantes las sugerencias que el profesor realiza respecto a cómo abordar los temas en enseñanza media cuando estos se desempeñen como docentes:

[El profesor] nos aporta mucho desde el punto de vista didáctico... eso lo hemos hablado... porque siempre se interesa en... cómo introducir un tema... cuando nos toca hacerlo nosotros... eso nos aporta, digo... y nada, de repente no es indiferente, ¿no?...

Y es algo que toma en cuenta al trabajar en sus clases con futuros profesores, tal como lo consigna en la entrevista previa:

... y con ellos [se refiere a los estudiantes de profesorado] capaz que conversaría más qué hago en el contexto de secundaria si tuviera que dar este tema. Presentar el concepto..., presentar la idea... sugerir lo que los temas incluyen...

El docente presenta en esta clase una actividad dando participación a los estudiantes en la elaboración de ideas. En la propuesta que realiza toma en cuenta la evolución histórica del concepto mostrando a los alumnos que el conocimiento es una construcción intelectual producto del trabajo de hombres y mujeres. Los alumnos tuvieron asimismo la oportunidad de contrastar contextos y propiedades, apreciando que la validez de las mismas depende del contexto.

El caso del profesor 10

Hay 22 estudiantes en clase. El docente empieza la clase escribiendo una actividad en el pizarrón, actividad que incluye un diagrama de Venn. Va explicando detalladamente en qué consiste la actividad aprovechando para recordar definiciones ya vistas. Surgen dificultades en los estudiantes para interpretar el diagrama, dichas dificultades están justificadas por la ambivalencia del diagrama, lo que lleva al profesor a hacer acuerdos sobre

la interpretación del mismo. A continuación propone a los estudiantes que trabajen en equipos buscando acordar la respuesta al interior de cada equipo.

Los equipos van llamando al profesor en la medida que lo van necesitando. En una de estas intervenciones del docente un estudiante reflexiona sobre un error que cometió por no haber tenido presente el acuerdo establecido al inicio de la actividad. El docente explicita que se trata de convenios, a lo que el estudiante expresa:

En otro ámbito cuando lo vaya a hacer por primera vez es importante aclarar al principio para que no pase lo que me pasó a mí.

Este proceder del docente en la presentación del conocimiento en clase, explicitando la necesidad de establecer acuerdos, genera en este estudiante una reflexión acerca de la necesidad de estos acuerdos en el ejercicio de su futura profesión.

Esta posibilidad ya estaba prevista por el docente, como lo expresa en la entrevista posterior a la clase:

[...] sabía... el esquema las complicaciones que tiene... pero yo sé que es un riesgo que me parece que hay que exponerse al mismo porque esa representación esquemática existe... y me parece que... hay que hacerlo con cierto criterio de docente... en este aspecto particular como en general cuando uno hace determinadas representaciones se expone, de repente, a determinados malos entendidos por parte de los alumnos..., entonces me parece... este... que bueno, ta, es un riesgo que hay que correr, que estar atento en ese momento... este... a todas las contradicciones que pueden ir apareciendo.

En la puesta en común, frente a todo el grupo, el docente explicita y reflexiona acerca de las dificultades con los diagramas y la necesidad de establecer acuerdos:

Yo era consciente de las dificultades que podía presentar este diagrama, pero me parece que hay que ser consciente que cuando uno presenta una actividad como

esta se pueden colar determinadas dificultades que en realidad uno al principio puede no haber pensado sobre ellas... y que cuando vos presentás la actividad a los chiquilines hay un montón de cosas que dicen ¿pero y acá qué hago?... ¿cómo entiendo esta situación?... hay que empezar a hacer una serie de convenciones acerca de lo que quiero representar con ese diagrama.

Lo que está pasando en la clase es tomado para reflexionar sobre lo que puede pasar en una futura clase del estudiante cuando este esté frente a un grupo de alumnos.

En la entrevista posterior a la clase mantenida con dos estudiantes estos reflexionan respecto al tópico:

Alumno 1: [...] bueno, lo que nos quiere decir es que es un nuevo enfoque de la enseñanza... es algo que nosotros podemos aplicar directamente...

Alumno 2: [...] Es... es como otro... como otro enfoque... que está bueno al pararse frente una clase saber que tenés las dos posibilidades... y saber que, dependiendo del grupo con el que estés trabajando, cuál es la más acorde... para que ellos aprendan... saber si es un grupo que hay que incentivarle más... la parte del razonamiento por sí mismos o si es un grupo que en determinados... temas, en particular, habría más que inculcarlos...

La discusión como forma de trabajo trasciende lo mencionado hasta el momento (que hacía referencia exclusivamente al tratamiento de los diagramas) y responde a una intención docente más amplia, como lo explicita el docente en las entrevistas previa y posterior:

... me parece que es importante el ámbito de la... de la discusión... de forma de colaborar hacia un proceso de construcción de los conocimientos..., o sea, eso primero que nada. Venir a la clase, borrar el pizarrón y poner:... Definición, propiedad... no creo que esa sea la forma... de construcción de los conocimientos... Tampoco quiero decir que... con una clase así... este... haya una condición de suficiencia... acerca de... la construcción de los conocimientos..., pero me parece que... estas discusiones colaboran a... facilitar que los alumnos..., cuando tengan que estudiar, hayan tenido... un cierto camino recorrido... y que no empiecen de

cero ... eso me parece que ayuda a dar sentido... no es un texto mudo, que no dice nada... como puede ser... un libro... cuando uno no participó de una clase... entonces, vos presentás un texto, lo lees... y no hay ninguna reformulación hacia ninguna discusión..., me parece que... lo... lo que puede llegar a enriquecer un texto o la lectura de una clase desde un cuaderno es la recuperación de las discusiones que pueden haber llegado a presentarse en clase..., entonces en ese sentido me parece que es importante que... este... que... que... que no pase desapercibido... que... que haya una discusión... en clase... de los distintos conceptos que se presentan...

Al respecto de la discusión en clase, los estudiantes reflexionan de la siguiente manera:

Alumno 2: [...] como un nuevo enfoque en cuanto a la Matemática porque, más que nada, eh... estamos desde otro punto de vista que es lo que pasa acá, en realidad. Vos cuando estudiaste durante toda secundaria eras el alumno, te sentabas frente al profesor que... te enseñaba algo pero, quizás, hasta cierto punto vos no cuestionabas las cosas que te daba ese profesor. Eh... con el método de trabajo justamente del profesor con respecto a la Matemática acá [en el instituto]... te hace razonar lo que estás haciendo a otro nivel, quiero decir, es como que... vos estuvieras desarrollando lo que vas a aprender...

Alumno 1: Claro, te hace desarrollar... no es que te da todo servido y estudiar ahí, no, te hace como... vos elaborás mismo la teoría...

Para el profesor esta postura va más allá de la especificidad de su trabajo en esta institución, preguntado si cambiaría su forma de tratar el mismo tema en otra institución, responde:

[...] ensayar una clase más expositiva porque... sea otro instituto no... no lo haría porque iría en contra de mi formación, en contra de lo que soy y en contra de lo que pienso, entonces... este... quizás... en otros institutos... sea mal visto presentar... una clase donde haya... tanta discusión y que se discuta... pormenores sin relevancia, pero para mí son la esencia de... de... de, bueno, una clase especialmente de matemática, pero podría ser de cualquier otra... asignatura, o sea..., centrarte en los detalles, en discutir los porqué... y, entonces, me parece que yo me plantearía... plantearía igual... en otro instituto como lo hago acá.

¿Qué argumentos van a ser aceptados en clase? Cuando algunos estudiantes plantean sus razones basadas en las figuras realizadas, el profesor plantea al grupo:

Las figuras me van a servir a los fines de poder razonar sobre los objetos matemáticos... ¿cuál es el valor de una representación?... el valor que nosotros le vamos a dar es como forma de pensar sobre los objetos matemáticos que son entes abstractos y no me sirven como justificaciones en sí mismas, o al menos en este curso no las vamos a aceptar como justificaciones en sí mismas, capaz que ustedes hacen un curso de matemática a nivel más informal y sí se acepta que el dibujito vale como argumento, bueno, en nuestro curso no.

Se aprecia aquí una reflexión epistemológico-didáctica acerca de cómo se concebirá en esta clase tanto a los objetos matemáticos como a los argumentos que se aceptarán para validar una proposición matemática.

El docente abre un su clase espacios para la discusión colectiva de las ideas y esto es reconocido por los estudiantes que lo explicitan señalando que ellos mismos están construyendo la teoría. Se considera entonces que, en la clase observada, este docente entiende el conocimiento como negociación de significados.

6. 3 Análisis global

A partir de las observaciones de clase realizadas, las entrevistas, y apoyándonos en las consideraciones epistemológicas de Albert (1998) que asociamos a las distintas maneras de entender el conocimiento presentadas en Gargallo et al. (2007), identificamos dos maneras de entender el conocimiento: el conocimiento como algo construido externamente y el conocimiento entendido como una construcción social y negociada. Es preciso aclarar que distintos profesores pueden evidenciar diferentes maneras de entender el conocimiento en distintas clases, dependiendo, por ejemplo, del tema que se esté enseñando o del momento de desarrollo del mismo. Nuestras observaciones dependen entonces de la clase observada y no implican una generalización de la forma en que el docente entiende el

conocimiento. Nos estamos refiriendo, concretamente, a que nuestro estudio refleja un momento bien definido de un conjunto de situaciones de enseñanza, en un instituto dado.

Las diez clases observadas se distribuyen de la siguiente forma de acuerdo a la manera en que es entendido el conocimiento por parte del profesor.

<p>El conocimiento se entiende como algo construido externamente <i>Referente epistemológico estático</i> (A)</p>	<p>El conocimiento se entiende como una construcción social y negociada <i>Referente epistemológico dinámico</i> (B)</p>
5	5

(A) El conocimiento se entiende como algo construido externamente

Existe un corpus de conocimientos científicos acotado por la disciplina y elaborado por grandes pensadores que el profesor posee y que hay que transmitir. Es este quien tiene la responsabilidad de organizar y transformar el conocimiento.

(B) El conocimiento se entiende como una construcción social y negociada

El conocimiento se entiende como una construcción social y negociada a la interna del grupo. Este conocimiento no es estable ni tiene una única expresión. El conocimiento consiste en las respuestas que son originadas, consensuadas y acordadas en el seno del grupo, a diferentes tipos de actividades que fueron diseñadas por el docente con una intencionalidad didáctica específica. La responsabilidad de organizar y transformar el conocimiento es del profesor y del alumno.

El referente epistemológico relativo al conocimiento aparece en dos planos: el explícito y el implícito. Con plano explícito nos estamos refiriendo a que es posible encontrar trazas de ese referente en las prácticas que desarrollan

esos docentes. Con plano implícito nos referimos particularmente a que, además de ofrecer una determinada visión del conocimiento a través de las propuestas de clase, algunos profesores creen que el conocimiento es posible perpetuarlo (encerrarlo) en el cuaderno de clase. Es así que, parafraseando a Delors, el cuaderno –para muchos docentes– encierra un tesoro, el tesoro del conocimiento. Un “cofre” que permite poner a resguardo esas definiciones, esos teoremas, esos procedimientos, que eventualmente el estudiante podrá consultar en un futuro, encerrados en ese cofre. El cofre del conocimiento. Entendemos que esta visión, que particularmente aparece en el caso del profesor 4 es la que da cuenta, de manera más marcada, de una visión totalmente cerrada del conocimiento. Obsérvese cómo incluso, dejar un poco abierto ese cofre, podría conducir a peligros, podría suceder que algunos conocimientos no quedaran allí encerrados para su futura, eventual, consulta. Esto evidencia además, la total certeza del docente, de que ese conocimiento encerrado en ese cofre es el conocimiento correcto, el que vale la pena, el que hay que conocer, el que será siempre enseñado.

Nos situaremos ahora en la relación epistemológica del profesor y los procesos de enseñanza. Entre los docentes que asociamos a un referente epistemológico *estático*, un profesor declara en la entrevista que da clases expositivas porque es lo que sabe hacer y explicita que no sabría diseñar actividades que permitieran el aprendizaje activo de sus estudiantes. Su recurso didáctico para mantener la atención es el humor. En otro caso el docente explicita “como toda primera clase de un tema voy a plantear primero cuál es la idea de lo que son las sucesiones de funciones, antes de hacer ningún tipo de definición”. Si bien este abordaje puede ser fundamentado desde las recomendaciones didácticas de Vinner (1991), es claro que no es la intención de este autor prescribir una didáctica para *toda primera clase*. En esta entrevista el docente no evidenció una reflexión dinámica sobre su práctica sino que parece estar conforme con esta óptica que, al parecer, viene practicando en forma efectiva. Inferimos que es su punto de vista para lograr una buena enseñanza.

Entre los docentes que ubicamos en el referente epistemológico *dinámico*, tenemos el caso de un profesor que reflexiona acerca de cómo su práctica ha cambiado desde que comenzó a trabajar en el instituto: “cuando yo trabajé el primer año acá, me paraba en el pizarrón y yo daba la clase” y sus alumnos reconocen que su participación en la clase es fundamental. En otro caso, el docente negocia con sus estudiantes, a través de una actividad, las posibles interpretaciones de la información que está planteada en un registro de representación semiótica particular, en lugar de imponer *una* lectura. El docente es consciente de los riesgos que implica proponer una actividad abierta: “hay que ser consciente que cuando uno presenta una actividad como esta se pueden colar determinadas dificultades que en realidad uno al principio puede no haber pensado sobre ellas”. Quizás, este es un riesgo que muchos docentes temen enfrentar y la clase expositiva les brinda mayor seguridad. Nos interesa destacar las apreciaciones de un estudiante frente a la clase vivida, fundamentalmente cuando dice que: “con el método de trabajo justamente del profesor con respecto a la Matemática acá [en el instituto] te hace razonar lo que estás haciendo a otro nivel, quiero decir, es como que... vos estuvieras desarrollando lo que vas a aprender”. El estudiante logra llevar a un nivel consciente su participación activa en el aprendizaje.

En las entrevistas mantenidas con los docentes, la mayoría de los profesores que se ubican en el referente epistemológico estático, señala la importancia de que el estudiante participe activamente en la construcción del conocimiento. Sin embargo, en la práctica, esto no logra concretarse, en tanto las clases son básicamente expositivas y la participación de los estudiantes se remite a dar respuesta a preguntas relativamente sencillas, cuyo objetivo es, más que nada, avanzar en el desarrollo del tema de clase.

En general, todos los estudiantes entrevistados valoran positivamente la práctica de sus profesores y pueden reconocer en ella elementos para su futuro desempeño como docentes. No se observó un posicionamiento crítico frente a lo que sus profesores hacen en clase, quizás porque la situación los expone a una grabación de lo que están diciendo y tienen temor de

expresarse. De todas formas, por el tipo de detalles que señalan en la entrevista, nos inclinamos a pensar que efectivamente la valoración hacia sus profesores es positiva. Esto conlleva riesgos que ya fueron mencionados, como la incorporación de modelos de desempeño del profesor que no necesariamente coinciden con las recomendaciones actuales para la enseñanza de la matemática.

Del análisis de los libros de texto surge que todos ellos presentan un conocimiento que consiste en un conjunto de resultados ya establecidos. El referente epistemológico implícito en estos textos de estudio es estático. La presentación del conocimiento que se hace en estos libros podría inducir a los docentes a desarrollar clases en las que el profesor es quien define los conceptos, propone ejemplos, demuestra las propiedades, esto es, es quien posee el conocimiento. Luego los alumnos aplicarán los conceptos que el profesor ha enseñado a la resolución de ejercicios.

En el único material en el que se denota un referente epistemológico dinámico es en las *Notas para un curso de geometría*. Estas notas fueron elaboradas especialmente por los docentes para el trabajo con los estudiantes de profesorado.

7. Conclusiones y recomendaciones

En el conjunto de los diez profesores con los que trabajamos¹, identificamos los dos referentes epistemológicos relativos al conocimiento planteados por Albert (1998): el estático (cinco profesores) y el dinámico (cinco profesores). En el primer caso el conocimiento es entendido como un corpus de conocimientos científicos acotado por la disciplina y elaborado por grandes pensadores, que hay que transmitir y que es el profesor quien lo posee. En el segundo caso, el conocimiento es entendido como una construcción social y negociada a la interna del grupo. Este conocimiento no es estable ni tiene una única expresión. El conocimiento consiste en las respuestas que son originadas, consensuadas y acordadas en el seno del grupo, a diferentes tipos de actividades que fueron diseñadas por el docente con una intencionalidad didáctica específica. La responsabilidad de organizar y transformar el conocimiento es del profesor y del alumno.

Los docentes que asociamos a un referente epistemológico estático, desarrollan prácticas de enseñanza en las que es el profesor quien básicamente expone el conocimiento. La participación de los alumnos se reduce a contestar preguntas de respuesta inmediata, formuladas en la mayoría de los casos por el docente con el propósito de ir avanzando en el desarrollo del tema y de chequear el grado de coherencia entre el conocimiento que el docente ha decidido enseñar y el conocimiento del alumno, tal como lo reporta De la Cruz et al. (2001). Estos docentes conciben este tipo de participación por parte de los alumnos como una manifestación de la construcción colectiva del conocimiento en clase. Si embargo, este tipo de participación no es la que la NCTM (1991) sugiere para la formación de profesores: “Los futuros profesores de matemática deben ser enseñados en forma parecida a como ellos habrán de enseñar: explorando, elaborando conjeturas, comunicándose, razonando, y todo lo demás” (p. 259). La clase no es planteada como un ámbito de producción de conocimiento matemático.

¹ En el año 2009.

En síntesis, existen dos razones fundamentales por las que se lleva adelante este tipo de práctica. La primera es porque los profesores creen que dan participación activa a los estudiantes en la construcción del conocimiento, esto es, viven una ficción o una interpretación equivocada del real significado de la participación que efectivamente promueven en clase. La otra razón en que se sustenta este tipo de prácticas es la imposibilidad de diseñar actividades de aula por falta de formación didáctica específica.

Los docentes que ubicamos en el referente epistemológico dinámico, desarrollan prácticas que son más coherentes con las recomendaciones actuales para la formación de profesores. Esto es, los profesores abren espacios de discusión colectiva en los que aparece la negociación de significados y la búsqueda de consensos como motores para la construcción del conocimiento. El profesor no es quien posee el conocimiento y para enseñar debe exponerlo en la clase, sino que es quien está a cargo del diseño de situaciones de clase que permitan, por parte de los alumnos, actividades propias de la matemática.

Los estudiantes reconocen en la práctica de sus docentes, elementos para su futuro quehacer profesional y son capaces de mencionar, a partir de lo que observan, recomendaciones de actuación concretas que hacen a una "buena práctica". Tal como se afirma en Ochoviet (2010), el formador en su accionar, en las decisiones que toma, en las actividades que propone, en forma más o menos implícita, está dando un mensaje sobre la práctica de la enseñanza. Este mensaje es integrado al perfil docente, aún en construcción, de los futuros profesores.

A partir de lo detectado en este trabajo en relación a la visión estática del conocimiento que se está ofreciendo en muchas de las aulas y teniendo en cuenta las recomendaciones emergentes para la formación de profesores, se hace necesario emprender proyectos de trabajo que atiendan el diseño y gestión de las clases de matemática de formación docente, al menos en las áreas de geometría, álgebra y análisis. Estos proyectos deberán atender, en principio, dos aspectos. El primero de ellos consistiría en trabajar junto a los

profesores para definir qué significa “ser participante activo en la construcción de los aprendizajes” y emprender el diseño de situaciones de enseñanza que sean consecuentes con esa definición. El segundo aspecto atendería la problemática de los profesores que reconocen no tener elementos para diseñar actividades de enseñanza que promuevan un ámbito de producción de conocimiento en la clase. Es decir que el “diseño didáctico de situaciones” aparece como un objetivo de trabajo fundamental para los formadores de la especialidad matemática. El diseño de ambientes apropiados de enseñanza para los futuros profesores de matemática, tiene que ser uno de los objetivos de los cuerpos docentes de formadores y consecuencia de un proyecto consensuado de trabajo que, superando las prácticas tradicionales, pueda comenzar a proponer y ensayar con libertad, otras prácticas docentes.

8. Referencias

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F-L y Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60, 359–381.
- Albert, A. (1998). *Introducción a la epistemología en Matemática Educativa*. México: Escuela Normal Superior Veracruzana Dr. Manuel Suárez Trujillo.
- Azcárate, P. (1998). La formación inicial del profesor de matemáticas: análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico profesional. *Revista Interuniversitaria de formación del profesorado*, 32, 129-142.
- Bishop, A. (1991). Mathematical values in the teaching process. En A. J. Bishop et al. (eds.), *Mathematical knowledge: its growth through teaching* (pp. 195-214). Dordrecht: Kluwer.
- Blanco, N. (1994). Materiales curriculares: los libros de texto. En F. Angulo y N. Blanco (Coords.), *Teorías del desarrollo del curriculum* (pp. 277-279). Aljibe: Málaga.
- Blanco, L. (1996). Aprender a enseñar Matemáticas. Tipos de conocimientos. En J. Giménez, S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática* (pp. 199-221). Granada: Comares.
- Blanco, L. (1997). *Tipos de tareas para desarrollar el conocimiento didáctico del contenido*. En M. Sierra y L. Rico (Eds.), *Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 34-40). Zamora: Universidad de Granada.
- Blanco, L. y Borrallho, A. (1999). Aportaciones a la formación del profesorado desde la investigación en educación matemática. En L. C. Contreras y N. Climent (Eds.), *La formación de profesores de matemáticas. Estado de la cuestión y líneas generales* (pp. 131-174). España: Universidad de Huelva.
- Cammaroto, A., Martins, F. y Palella, S. (2003). Análisis de las estrategias instruccionales empleadas por los profesores del área de matemática. *Investigación y Postgrado*, 18(1), 203-229.

- Chevallard, Y. (2000). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Charnay, R. (1995). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. Parra e I. Saiz (Eds.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 51-63). Buenos Aires: Paidós Educador.
- Conference Board on Mathematical Sciences (CBMS) (2001). *The mathematical education of teachers*. Washington, DC: Author.
- Courant, R. y Robbins, H. (1971). *¿Qué es la matemática?* Madrid: Aguilar.
- Dalcín, M. y Molfino, V. (2008). *Notas para un curso de geometría (no publicado)*. Montevideo: Departamento de Matemática, CFE.
- Davis, P. y Hersh, R. (1988). *Experiencia Matemática*. Barcelona: Labor y MEC.
- De la Cruz, M., Baudino, V., Caino, G., Ayastuiy, R., Ferrero, T., Huarte, M., Palacio, M., Reising, A., Shueuer, N. y Siracusa, P. (2000) El análisis del discurso de profesores universitarios en la clase. *Estudios Pedagógicos, 26*, 9-23.
- De Olivera, F. (2008). *Notas de análisis en una variable*. Recuperado de <https://sites.google.com/site/matematicasur/fededeo>
- Dieudonné, J. (1988). Matemáticas vacías y matemáticas significativas. En J. Wagensberg (Ed.), *Pensar la matemática* (pp. 167-194). Barcelona: Tusquets.
- Farfán, R. M. (1997). *Ingeniería Didáctica: Un estudio de la variación y el cambio*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Furió, C. J. (1994). Tendencias actuales en la formación del profesorado de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias, 12(2)*, 188-199.
- García, M., Escudero, I., Llinares, S. y Sánchez, V. (1994). Aprender a enseñar matemáticas. Una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria. *Épsilon, 30*, 11-26.
- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Relime, 4(2)*, 129-159.
- Gargallo, B., Fernández, A. y Jiménez, M. (2007). Modelos docentes de los profesores universitarios. *Teoría de la educación, 19*, 167-189.

- Gómez, P. (2009). Procesos de Aprendizaje en la Formación Inicial de Profesores de Matemáticas de Secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 471-498.
- González, M. y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 22(3), 389–408.
- Grupo Cero de Valencia (1987). *De 12 a 16. Un proyecto de currículum de matemáticas*. Valencia: Mestral Libros.
- Lages Lima, E. (1999). *Curso de análise. Volume 1*. Río de Janeiro: IMPA.
- Mellado, V. (1999). La formación didáctica del profesorado universitario de ciencias experimentales. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 34, 231-241.
- Mellado, V. (1996). Concepciones y prácticas de aula de profesores de ciencias, en formación inicial de primaria y secundaria. *Enseñanza de las ciencias*, 14(3), 289-302.
- Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las ciencias*, 21(2), 265-280.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Nicol, C. (1999). Learning to teach mathematics: questioning, listening, and responding? *Educational Studies in Mathematics*, 37, 45–66.
- Notas para el curso de Fundamentos de Matemática*. Montevideo: Departamento de Matemática, DFyPD. Recuperado de <http://www.depdematematica.org/ipa/sitio/mod/folder/view.php?id=4>
- Ochoviet, C. (2010). ¿Quiénes serán los futuros formadores? *Actas del II Congreso Nacional e Internacional de Formación Docente* (pp. 41-45). Montevideo: ANEP-DF y PD.

- Ochoviet, C. y Olave, M. (2009). *Los modelos docentes en la formación de profesores de matemática: elementos para repensar los ambientes didácticos*. Montevideo: DFyPD.
- Porlán, R., Martín del Pozo, R., Toscano, J. y Rivero, A. (2001). *La Relación Teoría-Práctica en la Formación Permanente del Profesorado: Informe de una Investigación*. Sevilla: Díada.
- Rojo, A. O. (1991). *Álgebra I*. Buenos Aires: El Ateneo.
- Santaló, L. y colaboradores. (1994). *Enfoques. Hacia una didáctica humanista de la matemática*. Buenos Aires: Troquel Educación.
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in teaching and learning. En D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 65-81). Dordrecht: Kluwer.
- Zambra, M., Rodríguez, M. y Belcredi, L. (1997). *Geometría*. Montevideo: Ediciones de la Plaza.

ISBN (en línea): 978-9974-91-714-9