



# **Educación Matemática y Ciudadanía: Propuestas desde los Derechos Humanos**

**María Luz Callejo de la Vega**

# **Educación Matemática y Ciudadanía: Propuestas desde los Derechos Humanos**

---

María Luz Callejo de la Vega

**Centro Poveda**

Cuadernos de Sociedad y Educación, No.12

**Auspiciado por la Agencia Española de Cooperación Internacional, ACEI**



© Centro Cultural Poveda.  
Puede reproducirse total o parcialmente este documento  
siempre que se haga de modo literal y se mencionen los autores.

Derechos Reservados:

© 2000, Centro Cultural Poveda, Inc.  
EDITORIAL CENTRO CULTURAL POVEDA  
**ISBN: 99934 – 24**

Calle Pina 210-A, Ciudad Nueva, Santo Domingo, D. N.  
Tels.: 689-5689 / 686-0210 • Fax: 6852-4635  
E-Mail: [info@centropoveda.org](mailto:info@centropoveda.org)

**<http://www.centropoveda.org>**

Autora: María Luz Callejo de la Vega

Composición y Dibujos de: Emilio Junior Hidalgo Pirón

Edición al cuidado de: Raymundo González de Peña

## CONTENIDO

PRÓLOGO .....	i
INTRODUCCIÓN .....	1
Capítulo 1	
LA FORMACIÓN DE CIUDADANAS Y CIUDADANOS Y SUS IMPLICACIONES PARA LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA .....	5
1.1. La matemática como instrumento de conocimiento .....	6
1.2. Un curriculum temático .....	8
Capítulo 2	
PROCESOS MATEMÁTICOS: MODELIZACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	13
2.1. Procesos de modelización matemática .....	13
2.1.1. Modelo normativo: matemática electoral .....	14
2.1.2. Modelo descriptivo: Eliminación de un fármaco .....	15
2.2. Procesos de resolución de problemas .....	18
Capítulo 3	
ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS .....	25
3.1. Resolver primero un problema más sencillo .....	25
3.2. Hacer un dibujo, un esquema, una figura .....	28
3.3. Experimentar .....	30
Capítulo 4	
EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y DERECHOS HUMANOS .....	33
4.1 El derecho a la vida y el deber de protegerla .....	37
4.2 El derecho a la salud y el deber de cuidarla .....	45
4.3 Los derechos del consumidor .....	57
4.4 El derecho a un reparto justo de los bienes .....	67
4.5 El derecho a no ser manipulados .....	75
4.6 El derecho a una información veraz, a la libertad de expresión y de opinión .....	81
4.7 El derecho a no poner la dicha en juego .....	87
BIBLIOGRAFÍA .....	91

## PROLOGO

Complace al *Centro Cultural Poveda* presentar a la comunidad educativa de nuestro país el libro de *María Luz Callejo de la vega*, "EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIUDADANÍA: PROPUESTAS DESDE LOS DERECHOS HUMANOS". Es el primero de la serie de síntesis básicas que entregaremos como parte del proyecto de "Formación de Maestras y Maestros en Derechos Humanos." En él se especifica una propuesta concreta de educación matemática, articulada en función de tres ejes fundamentados en las dimensiones de la conciencia crítica; a saber: la constitución de sujetos, la construcción conocimiento y la gestión democrática. Resulta, pues, un libro oportuno y necesario, cuyo carácter innovador sin duda repercutirá positivamente en la práctica pedagógica dentro de las matemáticas.

La propuesta que nos ofrece *María Luz Callejo* está dirigida, en primer lugar, al maestro y la maestra dominicanos. En sus manos este libro puede convertirse en una herramienta clave para volver a pensar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde nuestra realidad y actualidad, replantearla a partir del mundo que vemos configurarse y reconfigurarse cotidianamente. No se trata, por tanto, de un material didáctico más, con unas propuestas metodológicas para hacer menos aburrida la clase en el aula o fuera de ella. A la inversa, se trata de una propuesta profunda y por eso mismo radical, académicamente solvente, para reconducir la educación matemática en función de un planteamiento amplio e interdisciplinar que parte de un compromiso ético-social. Constituye, en consecuencia, un aporte fundamental para la transformación de la práctica educativa que, además, está en consonancia con los lineamientos de la transformación curricular delineada en el Plan Decenal de Educación. En segundo lugar, va dirigida a los "formadores de formadores". Para quienes asumen esta responsabilidad, el presente libro proporciona un nuevo punto de partida para la formación en esta importante área del saber. Una propuesta fundada en los derechos humanos echa por el suelo las pretensiones de poder que tradicionalmente otorga la formación en matemáticas, como también el pretendido carácter abstracto de este instrumento del conocimiento. Despierta por ello muchas reflexiones que se hallan sólo esbozadas en esta obra, y que es necesario desarrollar. Por lo mismo, abre nuevas oportunidades de investigación e innovación educativa. Para ello la reflexión de la autora sitúa los problemas y debates actuales en el campo de la educación matemática, ofreciendo

valiosas referencias bibliográficas y páginas *Web* en torno a las cuestiones que aborda y su sentido con relación a la construcción ciudadana.

Pero una pregunta que surge apenas se lee el título: ¿De dónde viene eso de juntar derechos humanos, ciudadanía y matemática? ¿Qué relevancia puede tener hoy en día un énfasis como el que se refiere a la ciudadanía y aún a los derechos humanos, cuando la tecnología parece avasallar todos los campos del conocimiento? ¿No será contraproducente para los designios de la "globalización inevitable" recomponer el campo de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde una ciudadanización centrada en los derechos humanos? Este texto plantea una manera nueva de aproximarse a la educación matemática desde lo concreto, desde las necesidades de la persona humana, desde sus aspiraciones y problemas cotidianos. Por esta vía se vincula con la construcción de ciudadanía que incorpora el desafío de los derechos humanos, para construir una democracia que trascienda sus aspectos meramente formales. Así tendremos una educación matemática que responde a las aspiraciones de justicia de las mayorías y contribuye a fomentar una cultura de paz y solidaridad. La matemática se convierte -entrañablemente- en instrumento de conocimiento de la realidad que nos permite comprenderla críticamente y, eventualmente, intervenir en ella para hacer propuestas de cambio y transformarla. Una matemática, por ende, que posibilita elaboraciones tecnológicas y no sólo nos convierte en sus consumidores pasivos. De esta manera la educación matemática no se queda en lo abstracto -como sucede en la enseñanza tradicional-, sino que el conocimiento remite siempre al desarrollo de los propios sujetos del aprendizaje. Los ejemplos abundan al interior del texto (véase, p.e., el capítulo 4).

Una síntesis tal la encontramos en las páginas que siguen.

Acaso nadie más indicada que *María Luz Callejo* para realizar esta nueva síntesis. No sólo por su sólida formación matemática, su vasta experiencia docente y de investigación en el *IEPS* de España, sino por su espíritu abierto a las inquietudes que surgen desde otras áreas del conocimiento y de cómo éstas afectan e interactúan con las matemáticas. Esto hizo que su integración al Equipo de Acompañamiento del *Centro Poveda* se produjera de inmediato, casi como si ya estuviera allí desde antes, asumiendo las tareas y desafíos del área de matemáticas

con todas las consecuencias. Durante más de año y medio la vimos metida de lleno en los talleres, desarrollando los módulos generales del "Proyecto de formación de ciudadanos y ciudadanas desde la escuela", o analizando los materiales producidos con anterioridad por el área de matemáticas, como también estudiando nuestra propuesta sociopedagógica y sus ejes de sistematización, los cuales están a la base del presente trabajo. En esa dinámica de intercambio con maestros y maestras, de trabajo en equipo, elaboró comunicaciones y sistematizó experiencias, las cuales culminaron en propuestas como la presente que entronca con la propuesta global que anima la producción del *Centro Poveda*. De alguna manera, este libro también representa la coronación de un esfuerzo de muchos años en el cual se articulan personas e instituciones, biografías y procesos, pensamientos y acciones colectivas. Desde luego, *María Luz Callejo* ha dejado en esta obra suya el sello inconfundible de su profesionalidad y calidad humana.

La autora del presente texto aceptó la invitación a delirar un ratito hecha por Eduardo Galeano: "Vamos a clavar los ojos más allá de la infamia, para adivinar otro mundo posible", y lo ha hecho nada más y nada menos que desde las matemáticas ¡increíble! Y qué bien logrado propósito... Con humildad ella nos invita a continuar en el empeño de aprender y enseñar desde esa apelación al "derecho jamás proclamado de soñar" que enarbolara Galeano. Con razón este libro abre una nueva perspectiva para realizar una crítica radical y urgente de la práctica tradicional de la educación matemática en nuestro país. Por eso, reiteramos, es un libro oportuno y necesario.

LOS EDITORES

# EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIUDADANÍA: PROPUESTAS DESDE LOS DERECHOS HUMANOS

## Introducción

Educación en y para los Derechos Humanos es hoy un reto para transformar la realidad latinoamericana en consonancia con un proyecto de sociedad en el que primen los valores de la justicia, la equidad y la solidaridad, entre otros. En esta línea el Centro Poveda cree en “la capacidad de la escuela para constituir ciudadanos/as en un proyecto social definido que ha de caracterizarse por la defensa de la vida y la constitución de sujetos democratizadores en la sociedad<sup>1</sup>”. En este marco y con la perspectiva de un área de conocimiento específico, la matemática, vamos a desarrollar el tema “educación matemática y ciudadanía”.

El significado que damos al concepto de democracia es el de **democracia participativa**, en la que los ciudadanos y ciudadanas son sujetos racionales, informados, activos, en posesión de sus derechos y responsables de sus deberes, con capacidad de decisión y de control en la sociedad, donde todos los grupos sociales puedan dar sus iniciativas y satisfacer sus necesidades. En las sociedades latinoamericanas, tan marcadas por estructuras injustas, el ejercicio de la ciudadanía supone reconocer e identificar aquellas situaciones en las que los Derechos Humanos son constantemente violados.

La formación de ciudadanos con estas características implica por una parte desarrollar una **actitud problematizadora**, capaz de cuestionarse ante los hechos, los datos y las situaciones sociales, sus interpretaciones y explicaciones; por otra parte la constitución de las personas como **sujetos autónomos** y la constitución de **sujetos sociales**<sup>2</sup>; por último el dominio de los **códigos** en los que circula la información social necesaria para la participación ciudadana<sup>3</sup>; uno de esos códigos es el lenguaje de las matemáticas que ayuda a comprender e interpretar algunas situaciones de la realidad social, como las relacionadas con la cantidad, la forma, la variación y el cambio o la incertidumbre, así como proponer alternativas.

---

<sup>1</sup> A. HENRÍQUEZ, M. VILLAMÁN y J. ZÁITER. *Sistematización: Reflexión del equipo del Centro Poveda*. Col. Alternativas nº 2. Centro Cultural Poveda. 2ª edición. Santo Domingo 1999, p. 6 (1ª edición 1995)

<sup>2</sup> Op. Cit. HENRÍQUEZ y otros, 1999

<sup>3</sup> A. CASTILLO, y J. OSORIO. *Construcción de ciudadanías en América Latina: Hacia una agenda de la educación ciudadana*. Ponencia presentada en el Taller de Experiencias en Apoyo a Procesos de Democratización en América Latina. Villa de Leyva. Colombia, 1997. Policopiado.



Para ello es necesario delimitar aquellos aspectos de la educación matemática que hace falta conocer para el ejercicio de la ciudadanía; estos aspectos van más allá del dominio de las “cuatro reglas” con las que se consideraban “alfabetizadas matemáticamente” las generaciones pasadas. Por ejemplo, la comprensión y el significado de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, la expresión del cambio, la evolución y las tendencias de los fenómenos sociales y naturales, las leyes del azar, etc., en situaciones como los procesos electorales, el consumo, la ecología, la salud, la economía, los juegos, etc. El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no sólo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, sino también **procesos** más complejos como la **matematización de situaciones** y la **resolución de problemas**.

Esta formación está enraizada en **valores**, pues enfoca la comprensión de los procesos y fenómenos naturales y sociales desde una perspectiva crítica y desde una visión del mundo, según hemos señalado. No se trata sólo de hacer matemáticas, sino de aplicar matemáticas en un contexto; es decir, no se estudian los números, las estadísticas o las funciones en abstracto, sino en situaciones que se pueden interpretar atendiendo a valores como la credibilidad de los datos, a quiénes beneficia o perjudica la información, la equidad, etc. Por ejemplo, no es lo mismo el número 6,000 millones que decir que en 1999 la población mundial alcanzó esta cifra. Esto significa que esta población se ha duplicado desde 1960 y que, a este ritmo de crecimiento, es aún más urgente una buena redistribución de los recursos del planeta.

Por otro lado, la educación para la ciudadanía implica un **proyecto de sociedad** que se construye en diálogo y en colaboración con otros, desde la actuación individual y desde la actuación colectiva, desde los sujetos individuales y desde los sujetos sociales, desde las realidades más cercanas como la familia, la escuela, la comunidad o el barrio hasta otras más amplias como el país o la región. Hace falta poner en juego no sólo los conocimientos que proporcionan las distintas ciencias, sino también valores relacionados con la participación, la comunicación y la solidaridad, como la capacidad de trascender el punto de vista personal para acceder a otras visiones, para tolerar lo diferente, deliberar, negociar, resolver conflictos y construir acuerdos; también es preciso compartir un conjunto de valores desde los cuales juzgar la construcción del proyecto de sociedad.

En las condiciones actuales de los países latinoamericanos, donde existen sectores sociales excluidos de los beneficios de la sociedad moderna, el desafío de construcción de una ciudadanía incluyente, que dé cabida a las voces de todos y todas, pasa por la formación de una **conciencia crítica** que implica comprometerse en proyectos alternativos a favor de las mayorías excluidas.

En este cuaderno proponemos una revisión de los propósitos de la educación en general y de las diferentes áreas de conocimiento en particular. En la primera parte de esta publicación analizaremos las implicaciones que ello tiene en el área de matemáticas (concepción, organización, propósitos, metodologías, temáticas) y esbozaremos los cambios que esto supondría en el curriculum. En la segunda y tercera presentaremos los procesos matemáticos necesarios para que la matemática sea una herramienta útil en el ejercicio de la ciudadanía, como son en primer lugar conocer e interpretar los **modelos**

**matemáticos** que están implícitos en algunas situaciones sociales como la economía, las encuestas o las tarifas, para poder **analizarlos críticamente** desde los valores antes esbozados; en segundo lugar **resolver problemas** para ser **ciudadanos propositivos** que aporten alternativas y soluciones a algunas situaciones conflictivas. En la cuarta parte expondremos siete temáticas concretas desde la óptica de los derechos humanos.

Este trabajo ha sido posible gracias a la apertura y a la acogida del Centro Poveda. Durante año y medio tuve la oportunidad de compartir su propuesta educativa transformadora, uniendo esfuerzos con otras personas e instituciones dominicanas y de otros lugares, que sueñan y luchan en pro de una sociedad más justa, equitativa y solidaria, a favor de las mayorías empobrecidas de América Latina y el Caribe.

Las ideas que en él se exponen se las debo a muchas personas que las han compartido conmigo y sería muy largo nombrarlas a todas. Quiero citar al equipo de acompañamiento del Centro Poveda de quien aprendí enfoques, planteamientos y prácticas educativas inspiradas en la educación popular y en las ideas de P. Poveda, y que colaboró para mejorar una primera versión. A relacionar las matemáticas con la ciudadanía me ayudaron las ideas del profesor Claudi Alsina, de la Universidad Politécnica de Barcelona. La documentación y los ejemplos me lo facilitaron, entre otros, el equipo de secretaría y documentación del C. Poveda. Mi agradecimiento especial a Emilio Junior que se encargó de la composición con acierto, dedicación y esmero, a Raymundo González que estuvo al cuidado de la edición; a Nicolás Guevara que coordinó el Proyecto de “Formación de maestras y maestros en Derechos Humanos” donde se inserta este trabajo.



## CAPÍTULO 1

### La formación de ciudadanas y ciudadanos y sus implicaciones para la educación matemática

¿Qué enfoques de la educación matemática favorecen la construcción de la ciudadanía? ¿Podemos hablar de unas matemáticas para la ciudadanía? En caso afirmativo, ¿qué decisiones curriculares hay que adoptar para desarrollarlas? ¿Cuáles son las limitaciones que presenta esta opción? ¿Qué temáticas son relevantes en este enfoque? Estas son algunas de las preguntas que surgen al plantear desde el área de matemáticas la formación de ciudadanos y ciudadanas.

Hay diversas propuestas que enfocan la matemática en esta línea, aunque no todas asumen una perspectiva crítica y propositiva. Por ejemplo, se han elaborado listas de los conocimientos matemáticos mínimos que necesita un ciudadano o ciudadana para desenvolverse en la sociedad; una de ellas es la del Informe Cockroft que se elaboró en Gran Bretaña en los años 80<sup>4</sup>; las “matemáticas realistas” es un proyecto holandés<sup>5</sup> que trata de presentar esta ciencia desde situaciones de la realidad social y natural fundamentalmente, prestando atención al desarrollo de modelos, esquemas, símbolos, ... siguiendo el principio de reconstrucción o reinención; en España se han elaborado propuestas de trabajo de esta área desde temáticas como el consumo, la vivienda, la salud, etc., siendo un representante destacado Claudi Alsina para quien “uno de los fines que justifica la obligatoriedad de estudiar matemáticas es precisamente la defensa de la sociedad democrática. Así los conceptos e instrumentos matemáticos se ponen al servicio de la formación crítica de la ciudadanía<sup>6</sup>.”

En la agenda de los congresos internacionales de educación matemática se ha incluido el tema de las aplicaciones, la modelización matemática y la resolución de problemas. Cabe destacar los Congresos Internacionales de Educación Matemática (ICME) que se celebran cada cuatro años y las Reuniones Latinoamericanas de Matemática Educativa (RELME) que son anuales; los Congresos Internacionales de Enseñanza de los Modelos Matemáticos y Aplicaciones (ICTMA) están especializados en este tema.

---

<sup>4</sup> W.H. COCKROFT. *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft*. MEC, Madrid, 1985 (Or. 1982)

<sup>5</sup> J. De LANGE. *Mathematics, Insight and Meaning*. OW&OC, Utrech, 1987

<sup>6</sup> C. ALSINA. *Matemática para ciudadanos*. XXII Jornadas de Resolución de Problemas. Seminario Internacional. Mar del Plata, 1998. Material Policopiado.

Desde el enfoque de la educación ciudadana se entiende que la matemática, en los niveles obligatorios de la enseñanza, no puede dirigirse a una minoría que la va a utilizar en su vida profesional o en estudios posteriores; por el contrario, debe llegar a las mayorías que necesitan usarla en su vida cotidiana para ser sujetos activos, críticos y participativos en una sociedad democrática, en la doble dimensión de sujetos autónomos y sujetos sociales. Esto implica, por un lado, delimitar un conjunto de temáticas o situaciones problemáticas relevantes para tratarlas en un contexto interdisciplinar donde la matemática es una herramienta, poniendo de relieve el papel de esta ciencia en la elaboración de propuestas alternativas para los proyectos sociales (por ejemplo, la redistribución de los gastos de elaboración y comercialización de los productos para un comercio más justo) y el diálogo entre el conocimiento científico-técnico y el saber popular; por otro lado, identificar qué otros aspectos básicos de esta ciencia quedan fuera de estas temáticas.

### 1.1. La matemática como instrumento de conocimiento

La matemática es una ciencia que se puede considerar en sí misma o por sus aplicaciones; como “objeto de conocimiento” o como “instrumento de conocimiento”; como juego, arte y aventura del pensamiento<sup>7</sup> o como una poderosa herramienta para analizar, comprender e interpretar la realidad, para predecir hechos o para comunicarse. Se puede proporcionar a los estudiantes conocimientos y habilidades relacionados con la matemática en sí misma o relacionados con otros temas en los que la matemática puede tener una función importante. Son dos caras complementarias de esta ciencia, que no son fáciles de separar, pues la distinción entre matemática pura y aplicada no tiene fronteras bien definidas, aunque los problemas que trata de resolver esta ciencia, unas veces quedan dentro de sus límites y otras fuera de ella. Por ejemplo, la teoría de grafos surgió a partir de un problema de entretenimiento, pero tiene aplicaciones en la economía y en el diseño de redes como los circuitos electrónicos.

Para M. De Guzmán<sup>8</sup>:

*“La aplicabilidad de las matemáticas a la realidad es un enigma nada fácil de resolver. El matemático observa una parcela del mundo real, que incluye su propio mundo mental y el universo exterior en toda su complejidad. Encuentra en él unos cuantos elementos que le parecen reducibles a simbolización, a manipulación racional. Comienza a jugar mentalmente con estos elementos. Explora sus relaciones mutuas, introduce estructuras más complicadas que parecen capaces de resumir, de simplificar su juego.*

*Al hacerlo se deja llevar por el sentido estético y lúdico de su espíritu y por su afán de una visión simple, unitaria, intuitiva de tales estructuras. Construye un nuevo mundo a su medida, aunque no enteramente a su antojo, pues se atiende a una cierta realidad externa inicial y a las exigencias de coherencia mental interna.*

---

<sup>7</sup> M. De GUZMÁN. “El papel de la matemática en el proceso educativo inicial”. *Enseñanza de las Ciencias*. Vol. 1, 1984, pp. 91-95

<sup>8</sup> *Impactos de la Matemática sobre la Cultura, en la Ciencia ante el siglo XXI*. Ciclo de Conferencias de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, Abril 1994

*El juego se convierte en una teoría matemática. Se complica, se persigue por sí misma, pasa a ser un complejo mundo en la mente, con muchos más elementos añadidos espontáneamente por el matemático que los que provienen directamente de la realidad externa, que por otra parte ya fue mutilada en las primeras abstracciones.*

*Y sin embargo, de modo insospechado resulta que el mundo real parece adaptarse perfectamente a nuestro mundo matemático de manera que éste es capaz de explicar en grado bien satisfactorio estructuras muy complejas de la realidad física, química, biológica, económica, sociológica,...*”

Centrar la educación matemática en la línea de la constitución de una ciudadanía democrática significa, por una parte, mirar la matemática desde una vertiente pragmática, como *instrumento de conocimiento*, esto es, como herramienta al servicio de una problemática concreta; por otra parte supone integrar la matemática con otras ciencias.

La consideración de la matemática como instrumento de conocimiento no hay que identificarla con un craso utilitarismo, pues la relevancia de esta ciencia reside en sus posibilidades de aportar *nuevos modelos explicativos en las ciencias de la naturaleza y nuevos modelos de organización de las cuestiones sociales*. Encierra pues también un carácter formativo, pues estimula la capacidad de explorar situaciones, de identificar y resolver problemas, al mismo tiempo que desarrolla actitudes relacionadas con el aprecio de las matemáticas, como la valoración de esta ciencia para representar, comunicar, explicar o resolver situaciones, o la confianza en las propias capacidades para afrontar problemas, u otras relativas a la organización y hábitos de trabajo como la apertura y flexibilidad en la búsqueda de soluciones.

Desde el enfoque de una educación para la ciudadanía, hay que prestar especial atención al hecho de que la matemática es una ciencia valorada en nuestra sociedad, un lenguaje conciso y sin ambigüedades. Como consecuencia, en ocasiones se utiliza la frialdad de los datos numéricos para presentar de forma “objetiva” una parte de la realidad y ocultar interesadamente otra. Es el caso de los resúmenes de datos estadísticos como los económicos, que dan idea por ejemplo de la generación global de riqueza pero no de su distribución, o de titulares de prensa que no mienten pero que no dicen toda la verdad, son medias verdades, como el siguiente:

*“Ricos de RD reciben 30 veces más que las familias más pobres<sup>9</sup>”*

Este titular llama la atención, porque si se compara un salario bajo con uno altísimo, éste último no es 30 veces sino muchísimas veces mayor. Para dar este dato la población asalariada dominicana se ha distribuido en diez grupos ordenados e iguales en número de personas, de modo que el mayor salario de cada grupo sea menor que el menor salario del grupo siguiente; estos grupos se llaman **deciles** y la comparación se ha hecho a partir del **salario medio** de cada grupo, o suma de todos los salarios dividida entre el número de personas. Visto así el dato es cierto, pero no encaja con nuestra percepción de la realidad, pues en el decil más alto y en el más bajo hay grandes diferencias debido al alto grado de desigualdad en la distribución de la riqueza. Esta información se debe pues completar con

---

<sup>9</sup> Fuente: Hoy, 5-12-98. Sección de Economía.

medidas estadísticas que dan idea de la diferencia entre los salarios de cada grupo, como la **varianza** o la **desviación estándar**, o con índices que miden la desigualdad como el de **Gini**, que va de 0 a 1, donde 0 significa una distribución equitativa y 1 la mayor desigualdad. Por ello este titular da una imagen desvirtuada de la realidad dominicana. Los conocimientos estadísticos ayudan pues a comprender la información y a interpretarla de manera crítica.

La matemática es pues una herramienta para:

- representar, analizar críticamente, explicar y predecir hechos y situaciones de una forma concisa y sin ambigüedades;
- tratar de identificar problemas y proponer soluciones.

Con ella se pueden fomentar valores como el espíritu crítico, la capacidad de iniciativa y de decisión, la propositividad, el seguimiento y control de los proyectos sociales o, por el contrario, se puede manipular o engañar.

## 1.2. Un currículum temático

En la educación matemática se utilizan a veces ejemplos de situaciones reales relacionadas con la ciudadanía para reforzar los aprendizajes de conceptos y procedimientos. Estos ejemplos suelen aparecer puntualmente, de forma aislada, con el propósito principal de que se apliquen los conocimientos matemáticos a estas situaciones o de motivar su introducción.

La educación para la ciudadanía exige otro enfoque, en que la temática pase a primer plano. Para ello hay distintas opciones. La más radical es organizar un **currículum temático** y no disciplinar. Se rompe así con la clásica división del conocimiento, lo que presenta como ventaja que se pueden afrontar ciertas problemáticas que actualmente no se abordan en la escuela porque trascienden el marco de una sola materia, como la ecología, el consumo o la economía. También presenta inconvenientes como veremos más adelante. Otra opción más asequible es realizar **proyectos de trabajo**<sup>10</sup> centrados en estas temáticas.

### Problematización de situaciones

Algunas temáticas que resultan especialmente relevantes son<sup>11</sup>: salud, ecología, economía, vivienda, consumo, transporte, elecciones, solidaridad,... . Algunas cuestiones problemáticas que pueden servir como punto de partida para elaborar proyectos de trabajo en equipo son las siguientes:

- ¿Cómo está repartida la riqueza nacional? ¿Qué datos e índices numéricos delatan la desigualdad, la marginalidad y la discriminación en el reparto de la tierra, en los salarios, en la distribución de bienes en general? Aplicarlo a las informaciones de tipo económico.

---

<sup>10</sup> Un ejemplo de proyecto de trabajo se expone en: A. MEDRANO y A. T. VALERIO. *Ensalada de frutas. Una experiencia alternativa de aprendizaje-enseñanza de matemáticas realizada en tercer grado*. Cuadernos de Sociedad y Educación 4. Centro Poveda. Santo Domingo, 1995

<sup>11</sup> Op. Cit. ALSINA, 1998

- ¿Qué alternativas permitirían abaratar el precio de los productos básicos manteniendo la calidad?: estudiar el ciclo de elaboración y comercialización y el incremento del precio por los intermediarios y proponer un nuevo ciclo eliminando intermediarios.
- ¿Qué relación hay entre condiciones de vida y salud? ¿Qué medidas favorecerían una vida más saludable?: estudiar la correlación entre determinados factores como ubicación de la vivienda, hábitos alimenticios, tabaquismo, alcoholismo, ejercicio físico, etc. y la aparición de enfermedades como las respiratorias, trastornos digestivos, parasitismo, cáncer, etc.
- ¿Cómo se podría hacer un plan de recogida de basuras en un sector de Santo Domingo?: estimar la cantidad de basura producida, localizar puntos y establecer la periodicidad de la recogida, ubicar vertederos, clasificar y reciclar basuras, elaborar un presupuesto, etc.

## Propósitos

A partir de las cuestiones anteriores o de otras, se pueden abordar propósitos enfocados a la comprensión de las situaciones, la interpretación crítica y la elaboración de propuestas, como los siguientes:

### Ecología

- *Favorecer la planificación de estrategias para disminuir la contaminación y degradación general del medio ambiente.*
- *Cuantificar los efectos directos e indirectos del ahorro de consumo, el reciclaje, la clasificación de basuras, etc. sobre la conservación de la naturaleza.*
- *Desarrollar hábitos que ayuden a vivir en armonía con la naturaleza.*

### Estadísticas

- *Identificar los tipos de datos que se presentan en las estadísticas (población, muestra, frecuencias absolutas y relativas, medidas de centralización, de dispersión...).*
- *Analizar de forma crítica datos estadísticos para evitar la manipulación mediante los mismos.*
- *Hacer propuestas alternativas o complementarias ante la interpretación de datos estadísticos, desde valores como la equidad y la justicia.*

### Medios de comunicación

- *Identificar y comprender distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) que utiliza el lenguaje de los medios de comunicación.*
- *Analizar críticamente los elementos matemáticos (datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, develando la función que desempeñan y su aporte para la comprensión de los mensajes.*



## Salud

- *Comprender e interpretar datos cuantitativos y cualitativos relacionados con la salud:*
  - *Conocer las proporciones adecuadas del cuerpo humano.*
  - *Conocer la matemática subyacente a una dieta balanceada y a los problemas nutritivos: necesidades, excesos, composición de alimentos*
- *Conocer la correlación entre determinados factores (alimentación, alcohol, ubicación de la vivienda, higiene, etc.) y la aparición de enfermedades.*
- *Adoptar una postura crítica en defensa de la vida, ante los hábitos de consumo y el estilo de vida que presentan los medios de comunicación.*

## Economía

- *Comprender el significado de los números, fórmulas y gráficos de las informaciones económicas: datos absolutos y relativos, índices, tablas, gráficas, etc.*
- *Interpretar críticamente la forma en que se presentan los datos numéricos y gráficos de las informaciones económicas desde los valores de la justicia, la equidad y la solidaridad.*
- *Reflexionar sobre los índices que delatan la marginalidad y la discriminación.*
- *Elaborar informaciones a partir de datos económicos presentando visiones complementarias de la realidad.*

## Juegos de azar

- *Proporcionar conocimientos sobre las leyes del azar y de la probabilidad con objeto de desmitificar los juegos de azar.*
- *Desarrollar una clara conciencia de que los juegos de azar en que interviene el dinero han sido diseñados para que gane “la banca” y pierda el jugador.*

## Consumo

- *Entender de forma racional la objetividad o la manipulación de las campañas publicitarias.*
- *Saber elaborar estrategias óptimas de compra en función de las necesidades o conveniencias, utilizando criterios racionales y cuantificables para analizar las relaciones calidad-precio de las ofertas de consumo.*
- *Elaborar propuestas para un uso racional y solidario de los recursos necesarios para vivir.*

## Contenidos

Para el tratamiento de estos propósitos se precisan contenidos de distintas partes de la matemática relacionados con la cantidad (números y operaciones, incluyendo la simbolización algebraica), el tratamiento de la información (estadística), de la evolución o variación (funciones), la incertidumbre (probabilidad), la representación del espacio (geometría) y la medida.

## Metodología

Los principios de aprendizaje coherentes con este planteamiento son, entre otros, los siguientes:

- aprender es construir, para ello se parte de situaciones concretas que permiten a los sujetos construir conocimientos a partir de lo que ya saben;
- aprender es adquirir conocimientos y habilidades estructuradas y entrelazadas que encajen con el esquema de conocimientos que ya tienen los sujetos;
- aprender no es sólo una actividad individual sino colectiva: el aprendizaje se facilita por las interacciones sociales y la comunicación con otras personas.

En cuanto a las metodologías de trabajo se privilegian aquéllas que desarrollan la capacidad de actuar individual y colectivamente, con autonomía y espíritu de colaboración; se favorece el uso de diversas fuentes de información como el entorno, el saber cotidiano y el saber sistemático; también el trabajo en grupo, la verbalización de los razonamientos, las discusiones, la búsqueda de alternativas, la negociación y el consenso, los procesos de matematización y la resolución de problemas<sup>12</sup>. De esta manera se fomenta la creatividad, la participación y el diálogo.

## Retos

Todo este planteamiento nos remite a preguntas que no son fáciles de resolver en la práctica como las siguientes:

- ¿Qué parte de la matemática se puede enseñar de manera útil y eficaz en un contexto de educación para la ciudadanía? Este contexto aporta situaciones que permiten dar sentido a ciertos conceptos matemáticos, pero no a todos los que se consideran básicos.
- ¿Qué trabajo hay que realizar sobre los contenidos matemáticos aprendidos en un contexto dado para afianzarlos?, esto es, ¿cómo favorecer la transferencia de aprendizajes?
- ¿Cómo planificar las temáticas a tratar en los diferentes niveles y grados educativos teniendo en cuenta las necesidades sentidas y tratando de partir de la realidad cercana?
- ¿Cómo trabajar en equipo para abordar éstas y otras temáticas desde una óptica interdisciplinar?

---

<sup>12</sup> Cf. M. L. CALLEJO. *Un Club matemático para la diversidad*. Col: Secundaria para todos. Narcea. Madrid. 3ª edición, 1998 (1ª edición 1994)

Esta forma de enfocar el curriculum presenta al profesorado y a la escuela los retos de la apertura, el dinamismo y la flexibilidad, que se pueden convertir en oportunidades para innovar y transformar la práctica educativa:

- Un planteamiento temático y no disciplinar como el sugerido exige apertura por parte del profesorado especialista e implica un trabajo en equipo. Para hacerlo posible es necesario contar con espacios de intercambio, de discusión, de estudio y de planificación conjunta.
- El planteamiento es en sí mismo dinámico pues lo es la realidad social (elecciones, evolución de la economía, problemas ecológicos, etc.). Ello exige prestar atención a los acontecimientos y actualizar las temáticas.
- El planteamiento es flexible lo que implica una organización escolar que rompa con el esquema tradicional profesor/a-clase de matemáticas-horario establecido y se formen en ocasiones agrupamientos flexibles de alumnos y equipos de profesores intercambiables entre sí.

## CAPÍTULO 2

### PROCESOS MATEMÁTICOS: MODELIZACIÓN Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Como hemos señalado en el capítulo anterior, nuestra visión de la ciudadanía tiene, entre otras, una dimensión crítica y una dimensión propositiva. Para ejercer la primera un ciudadano debe estar informado y ser capaz de descodificar los mensajes en que circula la información social y de interpretarlos. En este sentido la matemática ayuda a comprender los modelos normativos de situaciones sociales, como las relacionadas con la economía o con los métodos de elección de representantes, y los modelos explicativos de los fenómenos naturales, que pueden ser analizados críticamente desde una perspectiva valorativa.

La dimensión propositiva implica proponer soluciones y nuevas alternativas a situaciones problemáticas; la matemática ofrece para ello estrategias de pensamiento que ayudan a identificar problemas y a resolverlos, proponiendo distintos caminos o varias soluciones. En ambos casos estamos ante dos tipos de procesos matemáticos: la modelización y la resolución de problemas, que desarrollamos a continuación.

#### 2.1. Procesos de modelización matemática

El punto de partida de unas matemáticas para la ciudadanía es la realidad social; ésta se presenta compleja, conflictiva, cambiante, con múltiples variables que inciden en ella; la matemática aparece articulada con otras áreas de conocimiento. Para poder hacer un tratamiento matemático es preciso delimitar y seleccionar ciertos elementos que parecen importantes e identificar las relaciones entre ellos: se decide lo que se ignora y lo que se tiene en cuenta, construyendo así una versión idealizada de la cuestión original que se formula matemáticamente, o **modelo matemático**, al que se aplican los conocimientos y métodos de esta ciencia; a veces puede haber más de un modelo que dé cuenta de la realidad, por ejemplo, hay varios modelos para indicar el crecimiento económico. Por último se revisa críticamente si el modelo o los modelos se pueden aplicar o no a la situación original y de qué manera la refleja; en caso de que no sea adecuado hay que modificarlo. Esto es un proceso de **modelización matemática** que se aplica cada vez más en nuestra sociedad en todos los campos de la actividad humana.

Se pueden distinguir dos tipos de modelos: **normativos** y **descriptivos**<sup>13</sup>. Los modelos normativos sirven para establecer normas que encierran juicios de valor, por ejemplo las tarifas postales, las tasas o intereses financieros, o los criterios de proporcionalidad votos/representantes que se utilizan en las elecciones. Por su parte los modelos descriptivos explican fenómenos, por ejemplo de tipo físico como las leyes de la mecánica, o de tipo biológico como las leyes de Mendel sobre la herencia genética.

Hay modelos matemáticos complejos que simulan situaciones de la realidad en las que intervienen muchas variables, como el clima o el comportamiento macroeconómico. Otros son más sencillos, como los que presentamos a continuación.

Actualmente existe una tendencia a la matematización de todas las ciencias, pues los datos numéricos se pueden procesar fácil y rápidamente gracias a las calculadoras y a las computadoras, y a creer que todo se puede reducir a números. Pensamos con Davis y Hersh<sup>14</sup> que es necesario el cultivo de valores que se encuentran fuera de la ciencia, pues ésta no es el único principio de la vida, “el árbol de la vida es más grande que el árbol del pensamiento” dijo Kant.

### 2.1.1. Modelo normativo: Matemática electoral

Cuando hay elecciones en la escuela o en la comunidad, ¿cómo se eligen los representantes? Los métodos de elección son ejemplos de modelos normativos.

Cuando se elige a una persona, los más utilizados son el de **mayoría simple** (el candidato que obtiene más votos) y el de **mayoría absoluta** (el candidato designado tiene que obtener al menos la mitad de los votos válidos más uno; si no sale en la primera vuelta se hace por lo menos otra). En el segundo caso los grupos minoritarios están en desventaja respecto a los grupos mayoritarios.

Cuando se eligen representantes de distintos grupos, por ejemplo en las elecciones congresionales, el método más sencillo es el de **proporcionalidad simple**. Si hay  $n$  votantes y  $m$  puestos, para ocupar un puesto se necesita  $n/m$  votos. Pero normalmente el número de votos que se da a una lista o a un candidato no es un múltiplo exacto de  $n/m$  y hay que decidir qué se hace con los restos de la división de  $n$  entre  $m$ .

Por ejemplo, supongamos que cuatro grupos políticos se van a disputar 6 puestos y los resultados de las votaciones han sido:

Primer grupo	85,340 votos
Segundo grupo	31,432 votos
Tercer grupo	160,501 votos
Cuarto grupo	50,031 votos
Total	327,305 votos

---

<sup>13</sup> W. BLUM y M. NISS. “Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to other Subjects – State, Trends and Issues in Mathematics Instruction”. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 22, 1991, pp. 37-68

<sup>14</sup> *El sueño de Descartes*. MEC-Labor. Barcelona, 1989

El número de votos necesarios para tener un puesto es:  $327,305:6 = 54,550.83$

Por tanto en un primer reparto tenemos la siguiente situación:

Grupos	Puestos	Votos
Primer grupo	1 puesto	Sobran 30.790 votos
Segundo grupo	0 puestos	Sobran 31,432 votos
Tercer grupo	3 puestos	Sobran 3,149 votos
Cuarto grupo	0 puestos	Sobran 50,032 votos

Si se le dan los dos puestos que quedan a aquéllos a los que les sobran más votos, será al segundo y cuarto grupo; por una pequeña diferencia entre ellos no se le asignó al primer grupo.

Hay otros métodos más complejos de asignación de puestos que no exponemos aquí<sup>15</sup>. Otros modelos normativos se presentan en el capítulo 4 y están relacionados con el consumo, la macroeconomía y los datos estadísticos.

### 2.1.2. Modelo descriptivo: Eliminación de un fármaco<sup>16</sup>

Un modelo descriptivo se contruye partiendo de la observación de la realidad. Por ejemplo, tratemos de encontrar un modelo matemático que exprese la evolución de la concentración de un fármaco en la sangre con relación al tiempo.

#### 1. Problema de partida:

*Algunas personas necesitan tomar medicamentos para poder dormir, pero a la mañana siguiente tienen que trabajar y estar bien despiertas. ¿Cómo saber qué dosis deben tomar?*

#### 2. Observación del fenómeno:

Se hacen análisis de sangre para conocer la variación de la concentración y se registran los resultados.

Medicamento: Triazolam (Halcion)

Dosis: 4 µg (microgramos)

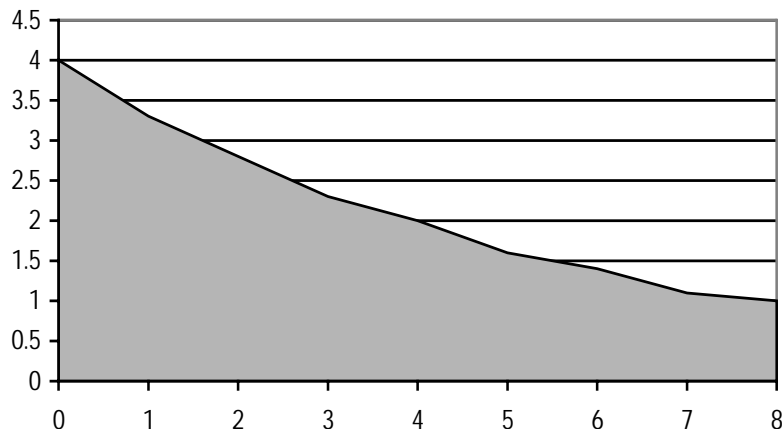
Tiempo en horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Concentración µg	4	3.3	2.8	2.3	2.0	1.6	1.4	1.1	1.0

<sup>15</sup> Cf. L. A. STEEN. *For All Practical Purposes*. COMAP. Lexington, W.H. Freeman. Co. New York, 1994

<sup>16</sup> Ejemplo tomado de: SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION. *El lenguaje de funciones y gráficas*. Mec-Universidad del País Vasco, Bilbao 1990 (Or. 1985)

### 3. Formulación en términos matemáticos:

Se razona sobre los valores de la tabla, esto es, sobre los patrones que están detrás de esta tabla, en concreto la relación entre las variables tiempo y concentración. Para ello hemos de acudir a los conceptos centrales del álgebra: variables, funciones, relaciones, ecuaciones, desigualdades y razones de cambio. Podemos ver cómo es la relación entre las dos variables: por una parte es inversa (cuando el tiempo se incrementa la concentración disminuye) y por otra parte es desacelerada (cuando el tiempo disminuye uniformemente la concentración disminuye de forma decreciente):



Para identificar las funciones que tienen estas características hace falta conocer bien el tipo de variación de distintas funciones conocidas: lineales, inversas, exponenciales, cuadráticas, etc. Una que cumple las propiedades antes citadas es la exponencial con base menor que la unidad, lo que no quiere decir que necesariamente lo sea; es sólo una posibilidad.

$$\text{Su ecuación es: } y = A \times k^t$$

siendo  $t$  el tiempo,  $y$  la concentración,  $A$  y  $k$  constantes; hemos de ver cómo se pueden determinar sus valores, de manera que los datos de la tabla cumplan con bastante aproximación la ecuación.

El valor de  $A$  sería, en este caso, la dosis inicial pues para  $t=0$ ,  $y=A=4$ .

La constante  $k$  se puede determinar dándole valores a las variables (por ejemplo  $3.3=4k$ ) y se obtiene  $k=0.825$ .

$$\text{Se tiene: } y = 4 \times 0.825^t$$

Se prueba si los valores de la tabla cumplen la ecuación, y efectivamente la cumplen, por tanto ya tenemos un modelo matemático, una función, que expresa la variación de la concentración del medicamento en función del tiempo.

#### 4. Interpretación del modelo:

El significado de la función:  $y = 4 \times 0.825^t$  es que cada hora la concentración pasa a ser el 82.5% de la anterior, es decir, la concentración va disminuyendo a una razón del 0.825. La vida media o tiempo que tarda en reducirse a la mitad es de cuatro horas y será la misma para cualquier dosis inicial.

#### 5. Aplicar el modelo matemático a otras situaciones:

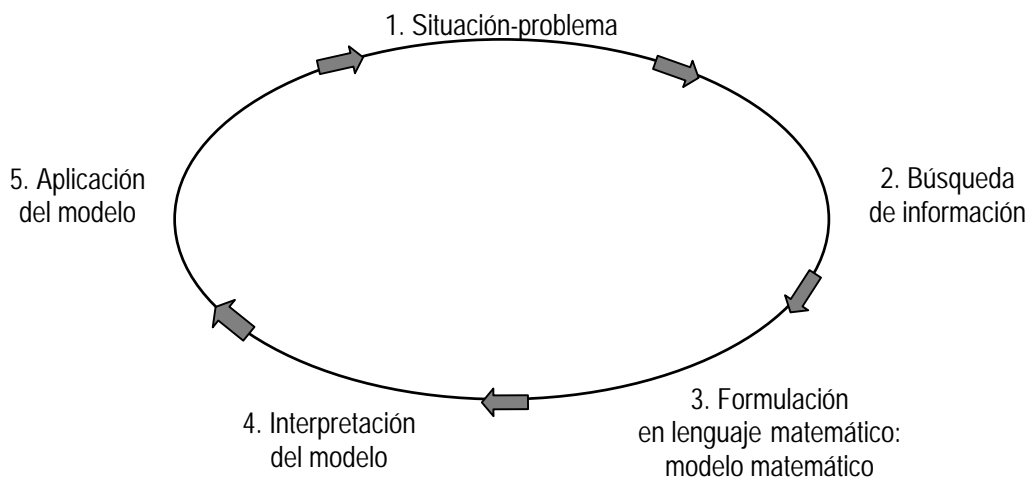
Por ejemplo la devaluación de muchos productos que van perdiendo valor por el desgaste del uso, en la misma proporción cada determinado intervalo de tiempo, por ejemplo un carro pierde cada año aproximadamente el 20% de su valor.

Otras veces sucede lo contrario, hay un incremento por unidad de tiempo. Por ejemplo, el crecimiento de bacterias que se reproducen a razón de 6 bacterias por unidad de tiempo; el aumento del dinero que se deposita en un banco con un interés del 8% anual. Estas situaciones vienen expresadas por una función exponencial de base mayor que la unidad.

Queremos hacer notar que en el ejemplo de la eliminación del fármaco hemos hecho tres tipos de registros del fenómeno: con números, con una gráfica y con una ecuación, que son tres formas en que puede venir expresada una función.

Hay semejanzas estructurales en las situaciones anteriores, aparentemente diferentes, lo que permite la aplicación de métodos de razonamientos conocidos a problemas nuevos.

Estos pasos se pueden esquematizar de la siguiente manera:



Este ejemplo ilustra cómo la matemática es una herramienta para predecir una evolución, una variación, una relación entre dos variables

El modelo al que hemos llegado explica la realidad con una buena aproximación, pero podría suceder que en otro momento se encuentre otro que la explique mejor o de otra manera.



## 2.2. Procesos de resolución de problemas

El proceso de matematización es en sí mismo la resolución de un problema donde se pide identificar un modelo matemático que explique una situación o exprese una norma, aunque sea parcialmente.

En el proceso de resolución de problemas se distinguen una serie de etapas que ayudan a encontrar la solución. Las describimos a continuación:

### 1. Identificar el problema.

Llamamos problemas a aquellas situaciones en las que queremos alcanzar un objetivo y no sabemos cómo hacerlo, o sabemos pero encontramos un obstáculo que no podemos superar. A veces nos cuesta identificar los problemas porque nos hemos habituado a convivir con ellos.

Un ejemplo de situación que puede llevar a la formulación de un problema es la siguiente:

*Las poblaciones A, B y C están próximas y no tienen organizado el servicio de recogida de basuras ni tienen vertederos localizados en lugares específicos. Ello ocasiona problemas de higiene, de salud y también de limpieza de las ciudades.*

### 2. Esta situación problemática puede dar origen a una discusión para formular un problema, de manera que se pueda abordar matemáticamente

La mayoría de los problemas sociales son muy abiertos y se hace necesario precisarlos y acotarlos. En el caso anterior, ¿qué datos podríamos buscar como información y cómo podríamos formularlo? Por ejemplo, podríamos informarnos del número de habitantes que tiene cada una de las ciudades y de las distancias entre ellas y llegar a la siguiente formulación, más precisa que la anterior:

*Las poblaciones A, B y C tienen 500, 120 y 150 habitantes. Las distancias entre ellas son: entre A y B 10 Km, entre A y C 20 Km y entre B y C 15 Km. Se desea situar un vertedero de basura para ser usado por las tres poblaciones. Discutir la localización más conveniente.*

### 3. Buscar varias alternativas para hallar la solución.

Como en el problema están implicadas tres comunidades, tiene una dimensión social que exige entablar un diálogo para trabajar colectivamente en la búsqueda de la solución.

Algunos problemas tienen solución matemática única y otros tienen varias. En cualquiera de los casos suele haber más de una forma de llegar a una solución. Es conveniente pensar desde el principio en varias ideas que pueden conducir a la o las soluciones, por varias razones: porque la primera idea que se nos ocurre no es necesariamente la mejor, porque de la cantidad puede surgir la calidad y porque si tenemos varias ideas y una no nos sirve, tendremos otras a las que recurrir.

En nuestro problema tenemos varias posibilidades para localizar ese vertedero, por ejemplo:

- que sea equidistante de las tres ciudades
- que la suma de distancia a las tres ciudades sea mínima
- que esté más cercano a la de más habitantes

Cada una de ellas nos llevará a buscar puntos interiores a un triángulo con distintas propiedades. También hay varias maneras de identificar el o los puntos que cumplen la condición seleccionada.

#### 4. Seleccionar una de las alternativas y llevarla adelante.

Por ejemplo, supongamos que elegimos que se ubique en un lugar que equidiste de las tres ciudades, porque así todas están iguales de lejos del vertedero para que no les cause molestias, e igual de cerca para transportar la basura.

Se pueden utilizar diversas estrategias para localizar la ubicación, como las siguientes:

- **Experimentar**, dibujando un triángulo semejante al que forman las tres ciudades. Se localiza un punto interior y se mide la distancia de dicho punto a los tres vértices. Si no equidista se busca un nuevo punto, pero no de cualquier manera sino de forma inteligente, de manera que el ensayo anterior ayude a aproximarse cada vez más al punto buscado. Es lo que se llama un **ensayo inteligente**.
- Plantearse una pregunta más fácil de responder y que ayude a encontrar la solución, por ejemplo, ¿qué puntos están a igual distancia de dos ciudades? Si se conoce el concepto de mediatriz de un segmento se obtiene directamente la solución. Si se trazan las mediatrices de los tres lados del triángulo se ve que coinciden en un punto que es el buscado. Lo que hemos hecho ha sido **formular problemas auxiliares** o **preguntas intermedias**.
- Considerar **casos** de triángulos **más sencillos**: equiláteros, isósceles y localizar el punto buscado. En un triángulo equilátero, por su simetría, es fácil de localizar en el centro del mismo. En un triángulo isósceles se localiza en el eje de simetría. A partir de estas situaciones hay que razonar sobre la situación concreta que nos presenta el problema.

La primera idea nos puede conducir a la solución de este caso particular, pero no nos dará pistas para resolver otros casos. La segunda nos sirve para encontrar el punto interior a un triángulo que verifica la propiedad de que equidista de los vértices, es el **circuncentro**; se llama así porque es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo. La tercera idea tampoco da pistas para encontrar la solución en el caso concreto del problema.

Este trabajo hay que hacerlo sin desanimarse ante las dificultades, con flexibilidad, sin empeñarse en una idea o en un camino, acudiendo a otra estrategia si la elegida no funciona y tratando de llegar hasta el final.

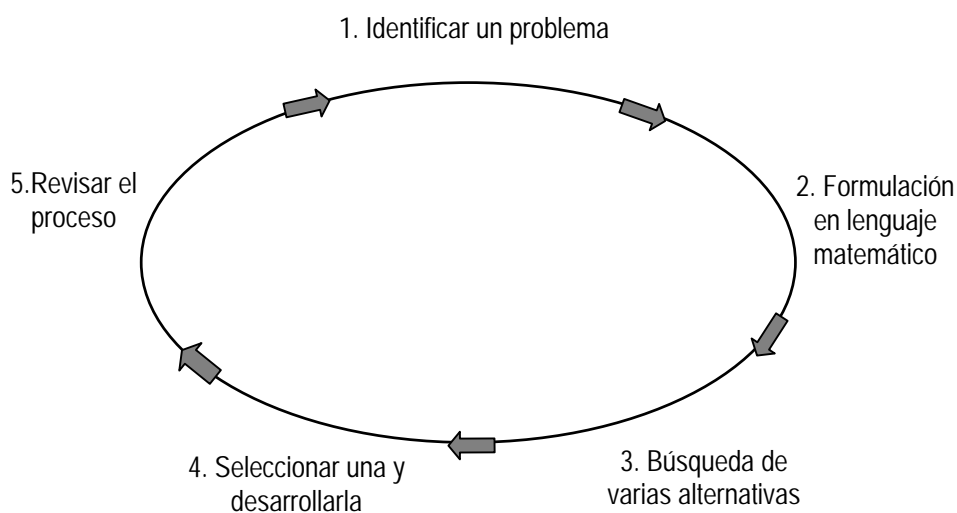
## 5. Revisar el proceso.

Cuando se cree que se ha llegado a la solución no se ha concluido todavía el proceso, pues hay que revisarlo atendiendo a los siguientes aspectos:

- preguntarse si tiene sentido la solución o es absurda,
- repasar los cálculos y los razonamientos,
- plantearse si el problema se puede resolver de manera más sencilla.

Además, se pueden enunciar variantes del problema para sacarle más fruto al trabajo, por ejemplo preguntarse qué pasaría si en lugar de ser tres ciudades fuesen cuatro; si estudiamos otra de las alternativas antes consideradas, etc. Por ello el final puede ser la identificación de nuevos problemas.

Este proceso se puede resumir con el siguiente esquema:



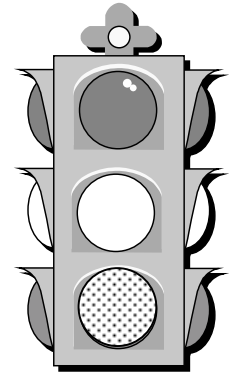
A continuación presentamos algunas ideas que ayudan a resolver problemas como el seguir varias etapas o fases en el proceso (el método de las cuatro paradas), desarrollar una metodología que ayude a la búsqueda de alternativas para hallar la solución y trabajar en grupo.

## El método de las cuatro paradas

**1ª parada:** *Identifique el problema: ¿qué sabe de él?*

*Imagínese la situación.*

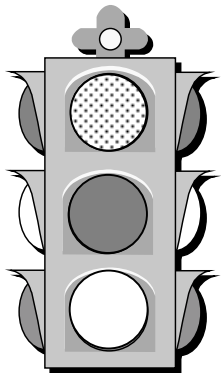
*Explique el problema con sus propias palabras.*



**2ª parada:**

*¿Cómo representaría gráficamente el problema?*

*¿Hay alguna información que no pueda representar?*



**3ª parada:**

*¿Qué estrategias utilizaría para resolverlo?*

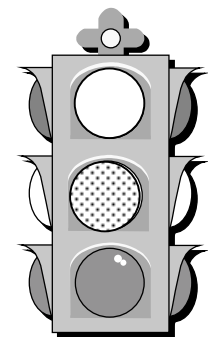
*¿Cómo las aplicaría?*

**4ª parada:** *¿Qué solución o soluciones propone?*

*¿Tienen sentido?*

*¿Puede comprobarlas?*

*¿Serían posible otras soluciones?*



## Buscar varias alternativas Para solucionar problemas

### PROPÓSITO:

Propiciar la búsqueda de alternativas en la manera de analizar las cosas, en el enfoque de situaciones y en el planteamiento y solución de problemas.

### DESARROLLO DE LA SESIÓN:

- ◆ Se presenta al grupo la situación a la que se le quiere buscar diferentes enfoques o alternativas.
- ◆ En una lluvia de ideas se pide a los alumnos/as que sugieran varios enfoques o alternativas de la situación.
- ◆ Las respuestas puede recogerlas el profesor/a o no, dependiendo del número de alumnos/as y del tiempo de que disponga:
  - Si no las recoge le dice a los alumnos/as que expresen sus respuestas en voz alta y las va escribiendo en la pizarra.
  - Si las recoge las expone y hace un comentario sobre las frecuencias de las mismas.
- ◆ Las alternativas se recogen sin valorarlas. Si una alternativa carece de sentido no se critica sino que se pide una explicación.

### EJERCICIOS PRÁCTICOS:

- ◆ Dar distintas alternativas para describir fotos o imágenes.
- ◆ Partir de una situación problemática o del enunciado de un problema y presentar otras alternativas, por ejemplo cambiar la pregunta, los datos o la condición, modificar la situación inicial, etc.
- ◆ Buscar alternativas al planteamiento de un problema, al enfoque del mismo o a la forma de llegar a la solución.

### MATERIAL NECESARIO:

- ◆ Imágenes o fotos.
- ◆ Situaciones problemáticas.

## Trabajo en Grupo

El grupo comienza la sesión eligiendo un moderador/a y un secretario/a.

- El *moderador/a* plantea el problema y guía la sesión, sin controlarla ni dirigirla.
- El *secretario/a* toma nota de la lista de las ideas emitidas durante la sesión.

### DESARROLLO DE LA SESIÓN:

La sesión se desarrolla en dos momentos:

1. Exposición de ideas.
2. Selección de ideas.

Durante la *exposición de ideas* no se hace ninguna valoración de las mismas. Debe omitirse cualquier juicio o punto de vista. Se evita todo tipo de comentarios. Puede darse cualquier criterio, cualquier idea. El moderador/a ha de impedir que se critiquen las ideas emitidas. Cuando el moderador/a considere que hay un número suficiente de ideas para seleccionarlas y valorarlas, pasará a la segunda parte de la sesión. La selección puede obedecer a distintos criterios de valoración:

- ideas de utilidad inmediata;
- áreas que requieren mayor exploración;
- nuevos enfoques del problema.

### LAS TAREAS DEL MODERADOR/A SON:

- Animar a la participación de todos y todas los miembros del grupo cuestionando, invitando a argumentar, a profundizar, etc.
- Favorecer que se respeten las ideas de todas las personas, ayudando a reflexionar sobre el sentido de las mismas
- Dar sugerencias o solicitar del secretario que lea la lista de ideas.
- Proponer el uso de alguna técnica concreta.
- Recordar el problema en caso de que la atención se desvíe del mismo.

Ejemplo, resolver en grupo el siguiente problema:

*En un supermercado están estudiando las dos alternativas siguientes para atender a los clientes:*

- 1) *Poner dos cajeros independientes que cobran y ayudan a guardar la compra en fundas dedicando una media de 2 minutos por cliente.*
- 2) *Poner un cajero que sólo cobre y un ayudante que guarde la compra en fundas que atiende a cada cliente en 1 minuto aproximadamente.*

*En esta tienda el 30% del día no hay nadie para pagar, el 40% hay un cliente y el 30% hay 2 clientes.*

*Discutir, dando argumentos, cuál es la mejor alternativa o proponer otras mejores.*



## CAPÍTULO 3

### ESTRATEGIAS PARA RESOLVER PROBLEMAS

Un problema se puede abordar de distintas maneras, pues normalmente suele haber más de un camino o estrategia que lleve a la solución o soluciones.

A continuación se presentan algunas estrategias que apuntan a ideas muy concretas como “hacer un dibujo, un esquema, una figura” o más genéricas como “resolver primero un problema más sencillo”. Estas estrategias no son recetas ni algoritmos que indican lo que hay que hacer paso a paso, sino que describen de manera general un procedimiento de resolución: una vez seleccionada alguna de ellas hay que decidir cómo usarla. Normalmente suelen combinarse para resolver los problemas.

#### 3.1. Resolver primero un problema más sencillo

Un problema más sencillo es para George Polya<sup>17</sup> un **problema auxiliar**<sup>18</sup> que ayuda a resolver el problema propuesto:

*“Un problema auxiliar es un problema que consideramos no por su propio interés, sino porque esperamos que su estudio nos ayude a resolver otro problema, el original. El problema original es un fin que queremos alcanzar, el problema auxiliar es un medio por el cual tratamos de alcanzarlo.*

*Un insecto intenta una y otra vez escaparse a través de un vidrio de la ventana y no trata de hacerlo por la siguiente ventana que, sin embargo está abierta y por la cual se introdujo en el cuarto. Un hombre debe ser capaz de actuar más inteligentemente. La superioridad del hombre consiste en rodear un obstáculo que no puede ser vencido directamente, en recurrir a un problema auxiliar conveniente cuando el problema original parece insoluble. El imaginar tal problema auxiliar es una operación importante de la mente. Suscitar un nuevo problema claro y conciso subordinado a otro, concebir distintamente como fin en sí lo que es medio para otra finalidad, es una realización refinada de la inteligencia. Es pues, un deber importante aprender (o enseñar) la manera de servirse inteligentemente de los problemas auxiliares.*

---

<sup>17</sup> Matemático de origen húngaro que tuvo que huir de Europa en la segunda guerra mundial y falleció en Estados Unidos en la década de los 80. Su aportación al tema de la resolución de problemas es muy significativa

<sup>18</sup> G. POLYA. *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas. Méjico, 1965



(...)

*Las ventajas que obtenemos de la consideración de un problema auxiliar pueden ser de varios géneros. Podemos, en principio, utilizar el resultado de problema auxiliar. (...) En otros casos, podemos utilizar el método del problema auxiliar. (...)*

(...)

*Peligros. El tiempo y esfuerzo dedicados al problema auxiliar se lo estamos quitando al problema original.*

*Si la investigación del problema auxiliar falla, puede perderse el tiempo y el esfuerzo que se le dedicaron. Por ello debemos tener buen juicio al elegir un problema auxiliar. Podemos tener varias buenas razones para nuestra elección. El problema auxiliar puede parecer más accesible que el problema original; puede parecer instructivo o puede tener una especie de atracción estética. A veces, la sola ventaja del problema auxiliar es que es nuevo y ofrece posibilidades inexploradas. Lo elegimos dado que estamos cansados del problema original, en el cual todos los intentos de acercamiento parecen haber fracasado.*

*El descubrimiento de la solución del problema propuesto depende con frecuencia del descubrimiento de un problema auxiliar apropiado. Desgraciadamente no existe un método infalible para encontrar problemas auxiliares adecuados como tampoco existe un método infalible para descubrir la solución. Existen, sin embargo, preguntas y sugerencias que son a menudo de provecho, como por ejemplo, mire la incógnita. Con frecuencia nos guía también el descubrimiento de problemas auxiliares útiles una variación del problema”.*

Un problema auxiliar más sencillo que el problema original, se puede obtener de distintas maneras:

- eliminando una condición
- particularizando, cuando el problema original está planteado de forma general
- considerando casos más sencillos
- haciéndose preguntas intermedias que es necesario responder para obtener la solución del problema

Ejemplo:

### **BOMBILLOS QUE AHORRAN**

*Un bombillo fluorescente compacto de bajo consumo de 15 vatios ilumina como si fuera de 90 y cuesta aproximadamente 100 pesos.*

*Un bombillo normal de 90 vatios sólo cuesta 5 pesos.*

*Sin embargo, el bombillo de bajo consumo dura 8 veces más y consume sólo un 20% de la energía eléctrica que consume el convencional. Su vida útil es de 9,000 horas.*

Si una familia gasta en iluminación 50 pesos al mes utilizando 5 bombillos convencionales y los cambia por bombillos compactos. A la larga, ¿qué le cuesta más barato?, ¿a partir de qué mes notará el ahorro?

Un problema más sencillo es responder a la pregunta: ¿Cuánto se ahorrará cada mes en iluminación?

$$50 \text{ pesos} \times 0.20 = 10 \text{ pesos de gasto al mes}$$
$$50 - 10 = 40 \text{ pesos de ahorro al mes}$$

y a continuación plantearse, ¿cuántos meses tardará en amortizar el precio de los bombillos compactos?

$$100 \text{ pesos} \times 5 \text{ bombillos} = 500 \text{ pesos}$$
$$500 \text{ pesos} : 40 \text{ pesos/mes} = 12 \text{ meses y medio}$$

por tanto a partir de un año empezará a notar el ahorro.

### Particularizar

Cuando un problema se plantea en forma general, se pueden considerar casos particulares que ayuden a comprender la situación, tratando de ver “lo general en lo particular”. Se concentra la atención en unos cuantos ejemplos para entender mejor el problema y tratar de resolverlo.

La particularización se puede hacer<sup>19</sup>:

- **aleatoriamente**, para entender el significado del problema
- **sistemáticamente**, para tratar de resolver el caso general
- **ingeniosamente**, para comprobar el caso general.

Ejemplo:

### EL ALMACÉN

En un almacén puedes conseguir un descuento del 20%, pero, al mismo tiempo, tienes que pagar unos impuestos del 15%. ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Si se particulariza se entiende mejor el proceso del descuento y del impuesto. Por ejemplo, supongamos que se lo aplicamos a 100 pesos:

a) 20% de descuento a 100 pesos	20 pesos	Total 100 – 20 = 80 pesos
15% impuestos a 80 pesos	12 pesos	Total 80 + 12 = 92 pesos
b) 15% impuestos a 100 pesos	15 pesos	Total 100 + 15 = 115 pesos
20% de descuento a 115 pesos	23 pesos	Total 115 – 23 = 92 pesos

<sup>19</sup> Cf. J. MASON, K. STACEY Y L. BURTON. *Pensar matemáticamente*. MEC-Labor. Barcelona, 1992

En este caso, y quizá sorprendentemente, hemos llegado al mismo resultado. Nos preguntamos, ¿se debe al caso particular que hemos elegido o a que siempre será así? Si se aplica a otra cantidad se ve que el resultado es siempre el mismo. ¿Por qué? Lo que hemos hecho ha sido:

a)  $100 - 100 \times 0.20 + (100 - 100 \times 0.20) \times 0.15 = 100 \times 0.80 \times 1.15$

b)  $100 + 100 \times 0.15 - (100 + 100 \times 0.15) \times 0.20 = 100 \times 1.15 \times 0.80$

Como la multiplicación tiene la propiedad conmutativa, los resultados son los mismos y el 100 no juega ningún papel especial.

El ejemplo nos muestra que:

- Aplicar un 20% de descuento a una cantidad es lo mismo que multiplicarla por 0.80
- Aplicar un 15% de impuestos a una cantidad es lo mismo que multiplicarla por 1.15

### 3.2. Hacer un dibujo, un esquema, una figura

Un dibujo, un esquema, una figura, pueden ayudar a traducir el enunciado al lenguaje gráfico, a resumir información (tablas, diagramas,...) o a dar una interpretación geométrica de la situación.

*“Las figuras trazadas sobre el papel son fáciles de hacer, fáciles de reconocer y fáciles de recordar. Las figuras de la geometría plana nos son particularmente familiares y los problemas que las conciernen especialmente accesibles. Podemos sacar algún provecho de esta circunstancia cuando tenemos que ocuparnos de objetos no geométricos si logramos encontrarles alguna representación geométrica apropiada.*

*De hecho, las representaciones geométricas tales como gráficas y diagramas de todo tipo, se utilizan en todas las ciencias, no solamente en física, química o ciencias naturales, sino también en economía e incluso en psicología. Utilizando una representación geométrica apropiada, tratamos de expresarlo todo en el lenguaje de las figuras, de reducir todo tipo de problemas a problemas de geometría.*

*Así pues, incluso si el problema no es geométrico, usted puede tratar de dibujar una figura. Encontrar una representación geométrica clara a un problema no geométrico puede permitir un avance sensible hacia la solución<sup>20</sup>”.*

---

<sup>20</sup> Op. Cit. POLYA, 1965

## Las representaciones pueden ser de distintos tipos:

- geométricas
- lineales
- tabulares
- ramificadas
- diagramas de Venn

Para utilizarlas hay que plantearse:

- ¿Qué tipo de representación gráfica elijo?
- ¿Cómo represento con ella la información del enunciado?
- ¿Se ajusta a la situación?
- ¿Me ayuda a comprender mejor el problema?
- ¿Me ayuda a encontrar procedimientos de solución?

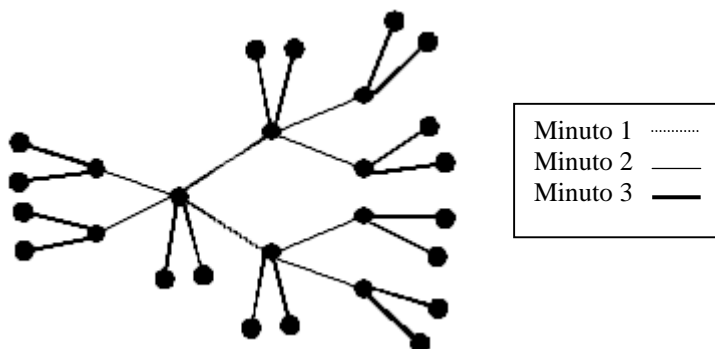
Ejemplo:

### BACTERIA

*Una bacteria se reproduce a razón de 2 bacterias por minuto. En una hora, ¿cuántas bacterias habrá?*

Se puede hacer una tabla o un diagrama en árbol, para tratar de encontrar una forma sencilla de calcular la suma:

Mínutos	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Reproducción		2	6	18	54	162	486	1,458	4,374
Total	1	3	9	27	81	243	729	2,187	6,561



Se puede conjeturar que el número de bacterias crece según una potencia de 3, es decir, en el minuto  $n$  el total de bacterias es  $3^n$ .

Esto se demuestra por inducción completa:

- Para  $n = 1$  se verifica la condición, pues  $3^1 = 3$
- Si se verifica para  $n$ , se verifica para  $n + 1$ :

En el instante  $n + 1$  hay el número de bacterias del instante  $n$ , que es  $3^n$ , más el doble por reproducción, por tanto  $3^n + 2 \times 3^n = 3^n (2 + 1) = 3^{n+1}$ , luego se cumple la ley.

Por tanto al cabo de una hora habrá  $3^{60}$  bacterias.

### 3.3. Experimentar

El tanteo o ensayo y error es una de las estrategias de resolución de problemas que usamos de forma natural. Consiste en buscar la solución o soluciones de un problema mediante pruebas sucesivas. Puede hacerse probando al azar o, por el contrario, tratando de disminuir en lo posible el número de ensayos; es lo que se denomina **tanteo inteligente**<sup>21</sup>. En este caso se analiza cada vez lo obtenido para ver si existe alguna regularidad que permita disminuir la cantidad de ensayos a realizar.

Para que sea eficaz es necesario:

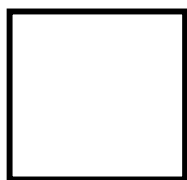
- hacerlo de manera **sistemática**
- **escribir** los ensayos y sus resultados, los intentos fallidos
- **examinar** los intentos fallidos para elegir el siguiente ensayo

La idea del tanteo de tipo geométrico la sugerimos en el problema de encontrar un punto que equidiste de tres ciudades. Se puede aplicar también a la siguiente situación:

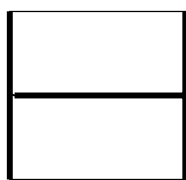
#### TELÉFONOS

*Se quiere hacer un tendido para comunicar por teléfono cuatro ciudades que están formando un cuadrado de 6 km cada lado. Para que el gasto en cableado sea mínimo, ¿cómo se debe hacer el diseño del tendido?*

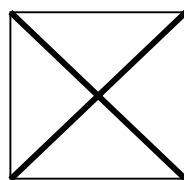
Se pueden hacer distintos ensayos, como indicamos, para encontrar la solución:



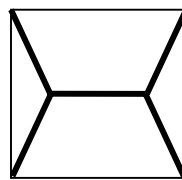
a) 24 km



b) 18 km



c) 16.97 km



d) varias soluciones

<sup>21</sup> L. CAMPISTROUS y C. RIZO. *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, 1996.

En el caso (d) tenemos varias soluciones. Los casos (b) y (c) son casos extremos de (d) en los que el segmento horizontal vale 6 y 0 respectivamente.

Si variamos la longitud  $x$  del segmento horizontal tenemos:

X	4	3	2.5	2	1.5	1
Total	16.65	16.41	16.39	16.42	16.5	16.62

Se observa en la tabla que los valores van decreciendo alcanzando un mínimo para  $X = 2.5$ , en que la longitud del cable es 16.39. Para comprobar que es el mínimo valor posible, habría que dar a  $X$  valores próximos a 2.5, como 2.4 y 2.6.

En otros problemas se puede aplicar un tanteo de tipo numérico:

### LIBROS Y MASCOTAS

*Santiago compró libros y mascotas. Cada mascota costaba un número entero de pesos, pero 10 pesos no le alcanzaban para comprar una mascota. Cada libro costaba 250 pesos más que una mascota. Gastó en total 720 pesos. ¿Cuántos libros y cuántas mascotas compró?*

Se puede considerar el menor número posible de libros y mascotas e ir probando:

Mascotas	1 a 20 pesos	1 a 20 pesos	9 a 20 pesos
Libros	1 a 270 pesos	2 a 270 pesos	2 a 270 pesos
Total	290 pesos	560 pesos	720 pesos

La solución no es necesariamente única, puede haber otras, que se pueden encontrar continuando el tanteo.



## CAPÍTULO 4

### EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y DERECHOS HUMANOS

La formación de ciudadanas y ciudadanos se puede enfocar desde distintas perspectivas. Una de ellas la de los Derechos Humanos, que señala una dirección en la que plantear propósitos y delimitar temáticas. Aún así, son tantos los aspectos que se pueden tratar, que nos hemos visto en la difícil situación de elegir sólo algunos, dejando otros que también son importantes, como por ejemplo la igualdad de género.

En esta parte presentamos siete temáticas relacionadas con la educación ciudadana y los Derechos Humanos que pueden ayudar a la elaboración de proyectos de trabajo en torno a los mismos. Los criterios que hemos seguido para su elección han sido los siguientes: en primer lugar que fuesen relevantes en la situación social del país y del mundo; en segundo lugar que el aspecto matemático fuese significativo y, por último, que dispusiésemos de datos actualizados sobre los mismos. Son las siguientes:

- derecho a la vida y deber de protegerla
- derecho a la salud y deber de cuidarla
- derechos del consumidor
- derecho a un reparto justo de los bienes
- derecho a no ser manipulados
- derecho a una información veraz, a la libertad de expresión y de opinión
- derecho a no poner la dicha en juego

Para abordar cada una de ellas sugerimos elaborar **proyectos de trabajo** en los que se aplique una **estrategia investigativa**<sup>22</sup>. Los aspectos fundamentales de la misma son los siguientes:

1. **Partir de la realidad y problematizarla**, es decir, tener una mirada crítica: planteando preguntas, analizando hechos, cuestionando explicaciones, buscando alternativas,...

---

<sup>22</sup> Cf. Proyecto de trabajo: “Conozcamos cómo nos alimentamos y qué influencias tiene una alimentación balanceada en la calidad de vida”. *Maestras y maestros: Prácticas y cambio*. Nº 25. Centro Poveda. Junio 1997



Por ejemplo, una pregunta inicial que puede dar lugar a trabajar un proyecto relacionado con la ecología podría ser:

- *¿Por qué los huracanes afectan sobre todo a los sectores más pobres de la sociedad?*

Un hecho que invita a reflexionar sobre los juegos de azar es:

- *En la República Dominicana 22 de cada 100 adultos dedican parte de sus recursos económicos al juego.*

Una explicación sobre la desigualdad en América Latina, que podemos cuestionar y a partir de ella tratar aspectos de economía es la siguiente:

- *“América Latina tiene acumulada una gran deuda social cuyo incumplimiento ha agrandado la brecha entre los ricos y los pobres”<sup>23</sup>*

2. **Recoger información** del entorno (por ejemplo de los diarios, de la publicidad, de los informes,...), del saber cotidiano (por ejemplo haciendo entrevistas) y del saber sistemático (bibliografía, recursos audiovisuales, etc.).

En las páginas que siguen presentamos informaciones del entorno y del saber sistemático fundamentalmente. Para elaborar un proyecto de trabajo desde cualquiera de las temáticas seleccionadas es necesario buscar otras fuentes de información que sean accesibles, estén contextualizadas y proporcionen datos significativos.

3. **Análisis crítico de las informaciones recogidas.** Estos proyectos se focalizan desde la **formación de la conciencia crítica**<sup>24</sup> que nos permite adentrarnos en algunos conocimientos y códigos matemáticos en los que circula la información social necesaria para ejercer los derechos y deberes ciudadanos.

En el abordaje de cada tema planteamos propósitos relacionados con las tres dimensiones de la conciencia crítica: la científica, la valorativa y la política u organizativa.

La **dimensión científica** nos ayuda a enfrentarnos con la complejidad de la realidad para tratar de comprender y dar explicación a los hechos, de responder a preguntas, de resolver problemas.

La **matemática** es un enfrentamiento de la mente humana con diversas complejidades de la realidad: la cantidad, la incertidumbre, el cambio, la forma, la dimensión, etc. El pensamiento numérico y estadístico, la capacidad de abordar de manera inteligente la variación y el cambio, el pensamiento visual,... son herramientas que ayudan a comprender el mundo en que vivimos y transformarlo.

Los datos cuantitativos y cualitativos, las valoraciones, las mediciones, los códigos, las representaciones, los cálculos,... no aparecen como números, variables, funciones o fórmulas abstractas sino en un contexto, con un significado que se puede comprender, interpretar y valorar. De esta manera se pone de relieve cómo la matemática se puede utilizar o no de forma adecuada, para clarificar o para manipular.

---

<sup>23</sup> Fuente: Hoy, 25/6/99

<sup>24</sup> *Metodología para la formación de la conciencia crítica.* VILLAMÁN, Marcos. Centro Poveda. Santo Domingo, 1993

Las partes de la matemática que se aplican en estos temas son:

- uso y significado de los números
- tratamiento de la información: funciones y estadística
- azar y probabilidad
- propiedades geométricas

Los conocimientos matemáticos ayudan a comprender críticamente la realidad, resolver problemas y buscar alternativas, como hemos visto en los dos capítulos anteriores. En unos casos se trata de aplicar directamente los conocimientos, por ejemplo los conceptos matemáticos que aparecen en informaciones como las de tipo económico o en los datos estadísticos; en otros casos permiten identificar y analizar críticamente los modelos matemáticos implícitos, por ejemplo en el cálculo de índices o indicadores numéricos; por último, permiten elaborar estrategias para resolver problemas y proponer alternativas a las situaciones.

La **dimensión valorativa** se pone de relieve tomando posición ante la vida, lo que encierra una visión del ser humano, de las relaciones con uno mismo, con la naturaleza y con los otros. Nuestra posición trata de favorecer una actitud que impulse la armonía en las relaciones mediante la justicia, la equidad, la solidaridad y una actitud crítica que denuncie situaciones en que las que no están presentes estos valores.

La **dimensión organizativa** se traduce en la elaboración de propuestas de acción que afecten la propia vida y el entorno más próximo, lo que supone confiar en la capacidad propia y de los demás para poder transformar la sociedad. Por ejemplo, la disminución del nivel de consumo, el reparto más justo de los bienes, tener hábitos de vida saludables,...

Al plantear los propósitos de los proyectos de trabajo se deberían tener en cuenta estas tres dimensiones.

**4. Articulación de los diversos saberes.** Las temáticas se tratan de forma globalizada, articulando diversos saberes sistemáticos (matemáticas, ciencias de la naturaleza, ciencias sociales, lengua,...) y el saber cotidiano. Aquí hemos puesto un énfasis especial en el aspecto matemático, sin descuidar otros, pero somos conscientes de que cada una de las temáticas se puede enriquecer desde otros saberes.

**5. Expresar, a ser posible de forma creativa, los conocimientos construidos.**

Por ejemplo en plenarios, murales, con sociodramas, etc.

**6. Proponer acciones que contribuyan a la solución de los problemas.** Por ejemplo informando, denunciando situaciones, proponiendo alternativas que se pueden llevar adelante en el contexto cercano, como algunas relacionadas con medidas de higiene, reducción del consumo, reciclaje de basuras, etc.

Al comenzar cada una de las temáticas hemos ido seleccionando frases de un texto del escritor uruguayo Eduardo Galeano, que transcribimos parcialmente a continuación, aceptando su invitación a soñar en otro mundo posible:

*“En 1948 y en 1976, las Naciones Unidas proclamaron extensas listas de Derechos Humanos; pero la inmensa mayoría de la humanidad no tiene más que el derecho de ver, oír y callar. ¿Qué tal si empezamos a ejercer el jamás proclamado derecho a soñar? ¿Qué tal si deliramos, por un ratito? Vamos a clavar los ojos más allá de la infamia, para adivinar otro mundo posible:*

*El aire estará limpio de todo veneno que no venga de los miedos humanos y de las humanas pasiones; en las calles, los automóviles serán aplastados por los perros; la gente no será manejada por el automóvil, ni será programada por la computadora, ni será comprada por el supermercado, ni será mirada por el televisor; el televisor dejará de ser el miembro más importante de la familia, y será tratado como la plancha o el lavarropas; la gente trabajará para vivir, en lugar de vivir para trabajar; se incorporará a los códigos penales el delito de estupidez, que cometen quienes viven por tener o por ganar, en vez de vivir por vivir nomás, como canta el pájaro sin saber que canta y como juega el niño sin saber que juega; en ningún país irán presos los muchachos que se nieguen a cumplir el servicio militar, sino los que quieran cumplirlo; los economistas no llamarán nivel de vida al nivel de consumo, ni llamarán calidad de vida a la cantidad de cosas; (...) los políticos no creerán que a los pobres les encanta comer promesas; (...); el mundo no estará ya en guerra contra los pobres sino contra la pobreza, y la industria militar no tendrá más remedio que declararse en quiebra; la comida no será una mercancía, ni la comunicación un negocio, porque la comida y la comunicación son derechos humanos; nadie morirá de hambre, porque nadie morirá de indigestión; (...)serán reforestados los desiertos del mundo y los desiertos del alma; (...) seremos compatriotas y contemporáneos de todos los que tengan voluntad de justicia y voluntad de belleza, hayan nacido donde hayan nacido y hayan vivido cuando hayan vivido, sin que importe ni un poquito las fronteras del mapa o del tiempo”.*

*Eduardo Galeano 1999*

## 4.1 El derecho a la vida y el deber de protegerla

*“Serán reforestados los desiertos del mundo y los desiertos del alma.  
El aire estará limpio de todo veneno que no venga de los miedos humanos  
y de las humanas pasiones”*

*Eduardo Galeano*

¿Por qué los desastres naturales afectan especialmente a los sectores más pobres? ¿Por qué actualmente hay una mayor frecuencia de huracanes en el Caribe? ¿Por qué abundan las lluvias torrenciales en diversas partes del mundo, entre ellas Latinoamérica? ¿Por qué hay sequías prolongadas, especialmente en África? Estas son, entre otras, algunas preguntas ante hechos relacionados con el cambio climático y la precariedad en que viven muchos grupos de población.

Uno de los mayores problemas de la humanidad es el deterioro del medio ambiente debido a causas diversas:

- El excesivo consumo del quinto más rico de la población del planeta que dispone de cuatro quintas partes de los recursos. Asimismo la superpoblación y el crecimiento demográfico acelerado en un mundo mal distribuido, lo cual demanda mayor consumo.
- La emisión de gases como el dióxido de carbono que se genera en la combustión y afecta al recalentamiento progresivo de la tierra, u otros como los compuestos clorofluocarbonados que se encuentran en algunos aerosoles y sistemas de refrigeración y que disminuyen la capa de ozono que nos protege de los rayos ultravioletas.
- La deforestación a causa de la tala de árboles o los incendios que eliminan el habitat contribuyendo a la pérdida de la biodiversidad dejando desprotegido el humus o tierra fértil, como consecuencia las aguas arrastran estas tierras dejando el suelo no apto para el cultivo.
- Las basuras y desechos que se producen cada día, algunos de ellos altamente tóxicos como los nucleares, y que contaminan las aguas.

Ello ocasiona desastres naturales por desbordamientos de ríos, corrimientos de tierras, pérdida de biomasa, etc. que a su vez provocan enfermedades, hambrunas y desplazamientos de poblaciones. Algunas organizaciones internacionales han hecho una llamada a un desarrollo sostenible limitando el uso de los recursos y disminuyendo la emisión de gases a la atmósfera. En 1997 se formó una Comisión para impulsar el proyecto de la **Carta de la Tierra**, que es un código que demanda restaurar y proteger la tierra como

un hogar seguro para la humanidad y para toda la comunidad viviente; una guía que orienta el crecimiento de los pueblos preservando la naturaleza y garantizando el desarrollo económico justo y la igualdad en un mundo de recursos limitados<sup>1</sup>.

El estudio de este tema se puede desarrollar planteando los siguientes objetivos:

#### **OBJETIVOS**

- *Planificar estrategias para disminuir la contaminación y degradación general del medio ambiente.*
- *Cuantificar los efectos directos e indirectos del ahorro de consumo, el reciclaje, la clasificación de basuras ... sobre la conservación de la naturaleza.*
- *Desarrollar hábitos que ayuden a vivir en armonía con la naturaleza.*
- *Denunciar los efectos de los desastres naturales en los sectores más pobres de la población.*

Presentamos a continuación informaciones y actividades relacionada con el cuidado del medio ambiente.

## **HURACANES**

Los huracanes son los fenómenos atmosféricos que más afectan a nuestra isla. Aunque tienen efectos positivos como la regeneración de la naturaleza, es mejor prevenirlos respetando y protegiendo la naturaleza y neutralizar las desgracias humanas evitando los asentamientos en zonas de alto riesgo como las márgenes de ríos o cañadas, o las laderas de lomas que han sido deforestadas.

Las matemáticas pueden ayudar a tomar conciencia de estos problemas que nos impiden vivir en armonía con la naturaleza y nos conducen a un futuro suicida si no cambiamos el modelo de desarrollo y frenamos el nivel de consumo. Por ejemplo, para la predicción del clima se utilizan modelos numéricos que incluyen una descripción matemática aproximada de los procesos que componen el sistema climático. Estos modelos simulan el clima resolviendo las ecuaciones fundamentales de las leyes físicas de la conservación (de masa, momento y energía) que describen la redistribución de la cantidad de movimiento, calor y vapor de agua que se produce a través de los movimientos atmosféricos. Hoy día son una herramienta poderosa para la investigación meteorológica y climática<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> El Boletín del Centro Cultural Poveda “Maestras y maestros: Prácticas y Cambio”, No.37, de septiembre de 1999, está dedicado a la Carta de la Tierra.

<sup>2</sup> Cf. A. J. HERNÁNDEZ. *Cambio Climático*. Cuadernos de Sociedad y Educación, No.11. Centro Poveda, Santo Domingo, 1999.

Los números sirven también para medir la intensidad de los fenómenos atmosféricos como los ciclones. Por ejemplo la escala de Saffir-Simpson determina la categoría de los ciclones midiendo la presión, la velocidad del viento y las subidas de mareas, según la siguiente tabla:

**Tabla1: Escala de Saffir-Simpson para determinar la categoría de los ciclones**

CATEGORÍA		PRESIÓN	VIENTOS		MAREA	COLOR
		Mb	nudos	mph	pies	
Depresión	TD	----	< 34	< 39	----	Verde
Tormenta	TS	-----	34- 63	39- 73	-----	Amarillo
Huracán	1	> 980	64- 82	74- 95	4- 5	Rojo
Huracán	2	965-980	83- 95	96-110	6- 8	Rojo claro
Huracán	3	945-965	96-113	111-130	9-12	Azul
Huracán	4	920-945	114-135	131-155	13-18	Azul claro
Huracán	5	< 920	> 135	> 155	> 18	Blanco

**NOTA:** Presión en milibares. Un nudo es igual a 1.15 mph. 956-980 quiere decir los valores comprendidos entre 956 y 980.

## EL HURACAN LENNY

¿Cómo analizar e interpretar los indicadores espacio-temporales (coordenadas geográficas, día y hora) y las variables numéricas de la fuerza de un ciclón? A continuación presentamos los datos del huracán Lenny<sup>3</sup>:

### Titulares de prensa

<p><b>“Sorpresivo huracán es amenaza para el país”</b> (Hoy 15/11/99)</p> <p>Cuando ya está a punto de concluir la temporada ciclónica del presente año, surge la sorpresiva amenaza de un curioso huracán para las áreas de tierra que conforman las Antillas Mayores, incluida la República Dominicana.</p>	<p><b>“Emiten aviso de tormenta para la costa sur del país”</b> (Hoy 16/11/99)</p> <p>El Centro de Operaciones de Emergencia (COE) se activó ayer en el Distrito Nacional y sus comités provinciales y municipalidades de todo el país, debido a la alerta del huracán “Lenny”, informó ayer el director de Defensa Civil, general José de los Santos Sánchez.</p>
---	--

En la tabla siguiente se especifica la latitud, la longitud, el mes, día y hora, la fuerza del viento en nudos, la presión central en milibares y la categoría:

**Tabla 2. Evolución del HURACÁN LENNY / Fecha: 13-21 NOV 1999**

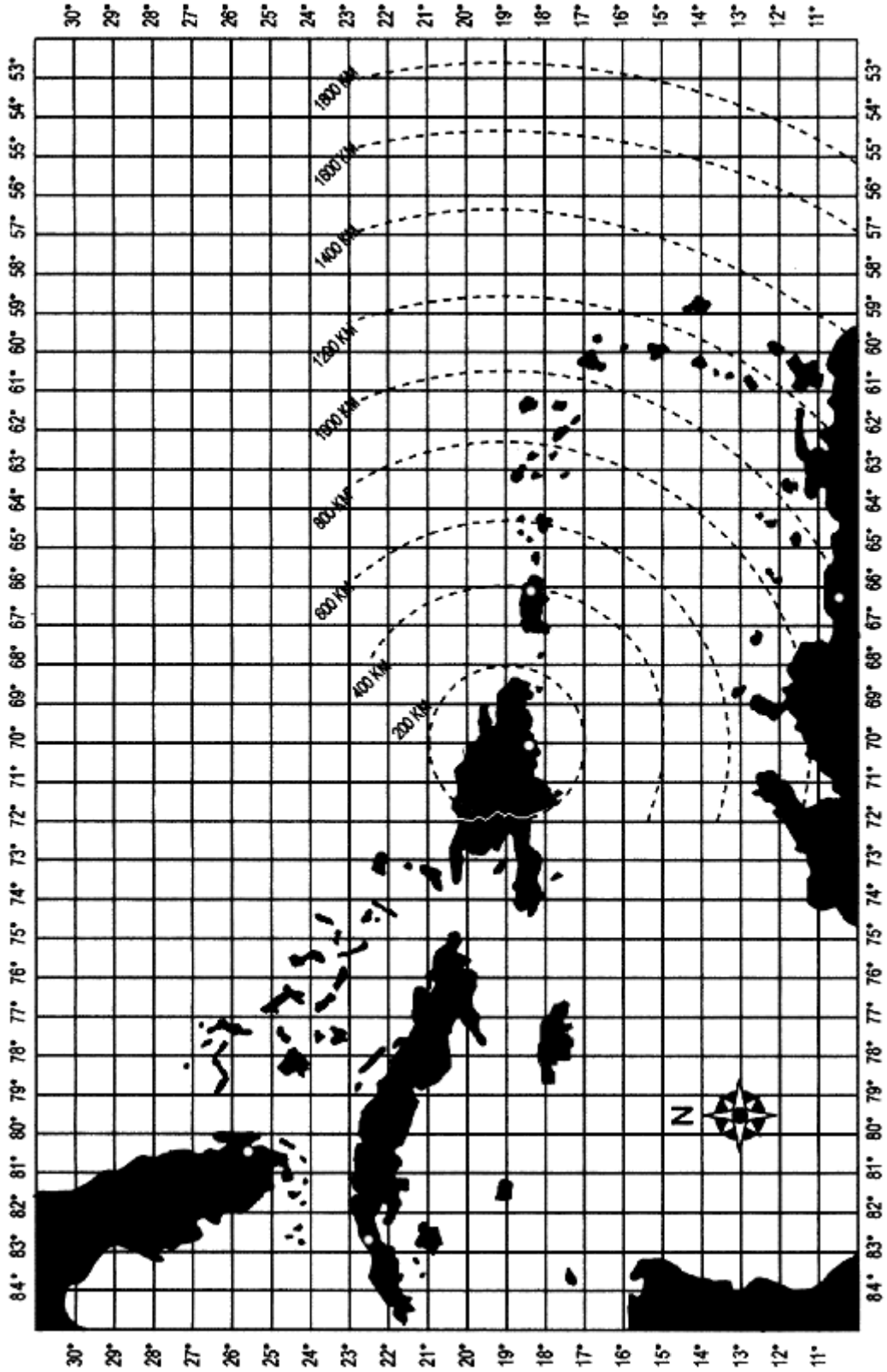
ADV	LAT	LON	mes/día/hora	Viento	PR	CATEGORÍA
1	16.50	-81.50	11/13/21Z	30	1003	DEPRESIÓN TROPICAL
2	15.90	-80.60	11/14/03Z	30	1003	DEPRESIÓN TROPICAL
3	15.90	-79.80	11/14/09Z	30	1003	DEPRESIÓN TROPICAL
4	15.90	-79.50	11/14/15Z	30	1002	DEPRESIÓN TROPICAL
5	16.40	-79.30	11/14/19Z	55	992	TORMENTA TROPICAL
6	16.40	-78.90	11/14/21Z	60	988	TORMENTA TROPICAL
6A	16.20	-78.60	11/15/00Z	70	988	HURACÁN-1
7	16.10	-78.30	11/15/03Z	70	988	HURACÁN-1
7A	15.60	-77.60	11/15/06Z	70	988	HURACÁN-1

<sup>3</sup> Hay una página WEB con los datos de las tormentas tropicales desde 1994. Su dirección es: <http://weather.unisys.com/hurricane/atlantic>

8	15.40	-77.10	11/15/09Z	85	971	HURACÁN-2
8A	15.40	-76.70	11/15/12Z	85	971	HURACÁN-2
9	15.00	-76.20	11/15/15Z	85	971	HURACÁN-2
9A	14.80	-74.90	11/15/18Z	85	983	HURACÁN-2
10	14.90	-74.10	11/15/21Z	75	984	HURACÁN-1
10A	15.00	-73.50	11/16/00Z	75	982	HURACÁN-1
11	15.20	-73.00	11/16/03Z	70	982	HURACÁN-1
11A	15.20	-72.10	11/16/06Z	75	977	HURACÁN-1
12	15.20	-71.50	11/16/09Z	85	971	HURACÁN-2
12A	15.20	-70.60	11/16/12Z	85	971	HURACÁN-2
13	15.30	-69.80	11/16/15Z	85	973	HURACÁN-2
13A	15.40	-69.10	11/16/18Z	85	973	HURACÁN-2
14	15.80	-68.20	11/16/21Z	100	965	HURACÁN-3
14A	15.90	-67.60	11/17/00Z	100	960	HURACÁN-3
15	16.20	-67.00	11/17/03Z	100	958	HURACÁN-3
15A	16.30	-66.70	11/17/05Z	100	958	HURACÁN-3
15B	16.50	-66.20	11/17/07Z	105	952	HURACÁN-3
16	16.70	-66.00	11/17/09Z	110	950	HURACÁN-3
16A	16.80	-65.70	11/17/11Z	110	949	HURACÁN-3
16B	16.90	-65.40	11/17/13Z	115	948	HURACÁN-4
17	17.10	-65.10	11/17/15Z	115	942	HURACÁN-4
17A	17.20	-64.80	11/17/17Z	120	933	HURACÁN-4
20A	17.80	-63.60	11/18/11Z	115	951	HURACÁN-4
20B	17.80	-63.60	11/18/13Z	115	952	HURACÁN-4
21	17.80	-63.60	11/18/15Z	115	952	HURACÁN-4
21A	17.90	-63.20	11/18/17Z	115	955	HURACÁN-4
21B	18.00	-63.20	11/18/19Z	115	966	HURACÁN-4
22	18.10	-63.10	11/18/21Z	105	966	HURACÁN-3
22A	18.10	-63.10	11/19/00Z	100	975	HURACÁN-3
23	18.00	-62.90	11/19/06Z	95	978	HURACÁN-2
23A	18.00	-62.90	11/19/06Z	95	978	HURACÁN-2
24	18.10	-62.80	11/19/09Z	85	982	HURACÁN-2
24A	17.90	-63.00	11/19/12Z	80	986	HURACÁN-1
25	18.00	-62.80	11/19/15Z	80	986	HURACÁN-1
25A	17.50	-62.50	11/19/18Z	65	987	HURACÁN-1
26	17.50	-62.20	11/19/21Z	60	994	TORMENTA TROPICAL
26A	17.40	-61.90	11/20/00Z	60	994	TORMENTA TROPICAL
27	17.10	-61.80	11/20/03Z	60	995	TORMENTA TROPICAL
27A	17.10	-61.30	11/20/06Z	50	999	TORMENTA TROPICAL
28	16.90	-60.90	11/20/09Z	50	995	TORMENTA TROPICAL
29	16.00	-59.70	11/20/15Z	50	996	TORMENTA TROPICAL
30	15.60	-59.30	11/20/21Z	45	998	TORMENTA TROPICAL
31	15.50	-58.90	11/21/03Z	40	998	TORMENTA TROPICAL
32	16.60	-57.80	11/21/09Z	30	998	DEPRESIÓN TROPICAL
33	17.60	-56.60	11/21/15Z	30	1000	DEPRESIÓN TROPICAL
34	18.30	-56.10	11/21/21Z	25	1003	DEPRESIÓN TROPICAL
+12	19.50	-55.00	11/22/06Z	25	-	DEPRESIÓN TROPICAL
+24	21.00	-52.50	11/22/18Z	20	-	DEPRESIÓN TROPICAL

- Observar la tabla: ¿cuántas medidas se tomaron cada día?, ¿por qué?
- Identificar cuándo y dónde fue mayor la presión y la fuerza del viento.
- Representar la trayectoria en el mapa con el color correspondiente.
- Hacer una representación gráfica.

Hacer una representación gráfica de la evolución del huracán según las fuerzas del viento. En el eje horizontal o de abscisas representar los días (intervalo 13 al 21 de noviembre) y en el eje vertical (eje de las ordenadas) la fuerza máxima del viento en ese día (intervalo de 20 a 150 nudos).





## PROTECCIÓN DEL MEDIO AMBIENTE.

Los ciudadanos y ciudadanas conscientes de este gran problema podemos encontrar en los cálculos numéricos una significativa ayuda. Por ejemplo, para estimar el ahorro en materiales y energía si reciclamos vidrio o papel, si reducimos el consumo de energía eléctrica o de agua utilizando aparatos de bajo consumo. Así se pueden elaborar propuestas solidarias para conservar nuestro planeta, el único que tenemos, y alcanzar también una vida de más calidad en armonía con la naturaleza. Dos actividades van en esta línea.

Otras propuestas consisten en la planificación espacial de la recogida de basuras: ubicación de vertederos o zafacones de modo que el gasto de desplazamiento sea mínimo, aplicando propiedades geométricas.

## Lo barato sale caro

Se pueden planificar medidas para el ahorro de consumo energético, por ejemplo, realizando cálculos para estimar los beneficios que se obtendrían al comprar bombillos o electrodomésticos de bajo consumo

Una lavadora, un bombillo o una nevera tienen algo que ver con el aumento del agujero de la capa de ozono, con la lluvia ácida o el cambio climático, pues algunos modelos despilfarran energía.

Un bombillo fluorescente compacto de bajo consumo de 15 vatios ilumina como si fuera de 90. Cuesta aproximadamente 100 pesos, mientras que un bombillo normal de 90 vatios sólo cuesta 5 pesos. Sin embargo el bombillo de bajo consumo dura 8 veces más y consume sólo un 20% de la energía eléctrica que consume la convencional. Su vida útil es de 9.000 horas. Aunque el costo inicial sea mayor, a la larga supone un ahorro económico.

La nevera es uno de los electrodomésticos más útiles y de los que más consume. Hay modelos que necesitan un 88% más de energía que otros similares. Esta diferencia al cabo de los años supone un mayor gasto en el recibo de la electricidad.

El agua, otro recurso escaso, también se puede ahorrar. Hay lavadoras que gastan hasta 50 galones por lavado, frente a otras que consumen unos 30. Si a esto se le añade la energía que consumen, comprar un modelo de bajo consumo supone un ahorro a largo plazo.



A partir de los datos anteriores nos planteamos las siguientes cuestiones:

- Si una familia gasta en iluminación 50 pesos al mes utilizando bombillos convencionales, ¿cuánto se ahorrará usando bombillos compactos?
- ¿Cuánto tiempo tardará esa familia en amortizar el precio de un bombillo compacto?, es decir, ¿a partir de qué mes el ahorro en la factura de electricidad compensa el mayor gasto del bombillo compacto?
- ¿Qué tanto por ciento se ahorra en el consumo de electricidad de la nevera, si se compra una que ahorre energía?
- ¿Cuánto se ahorra en el consumo de agua si se compra una lavadora de bajo consumo?
- Una nevera cuesta RD\$ 5,200.00 y otra similar RD\$ 6,200.00 La primera consume 360 pesos de electricidad al año y la segunda 200 pesos. Pueden funcionar bien durante diez años aproximadamente. ¿Qué criterios utilizaría para comprar una u otra?

Para responder a esta última pregunta, completar primero la siguiente tabla. En cada casilla se debe escribir la suma del precio y el coste de la energía consumida a lo largo de los años, eso le ayudará a comparar y tomar una decisión.

Precio inicial	1 <sup>er</sup> año	2 <sup>do</sup> año	3 <sup>er</sup> año	4 <sup>to</sup> año	5 <sup>to</sup> año	6 <sup>to</sup> año	7 <sup>mo</sup> año	8 <sup>vo</sup> año	9 <sup>no</sup> año	10 <sup>mo</sup> año

## Reciclaje y basuras

¿Cómo planificar medidas para la recogida de basuras y el reciclaje de productos como el vidrio y el papel? Proponemos algunas ideas a continuación.

### Reciclaje de vidrio

Cada kilogramo de vidrio reciclado permite ahorrar la manipulación de 1,200 kg de materias primas. Cada tonelada de vidrio reciclado permite ahorrar 130 kg de petróleo.



Evalúe los ahorros producidos al reciclar 10kg de vidrio y anote otras ventajas derivadas de este reciclaje.

### Reciclaje de papel

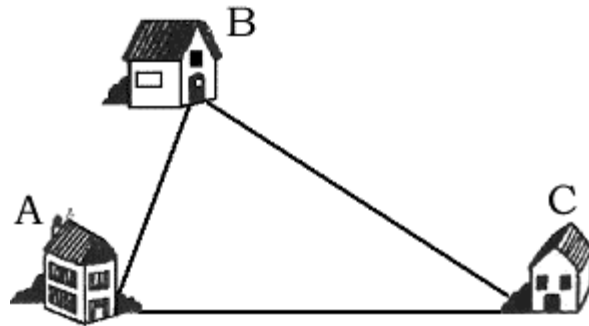
Por cada 7 árboles se obtienen 400 kg de papel. En República Dominicana el consumo medio de papel por persona al año es de 4,9 kg.

¿Cuántos árboles se talan para abastecer 1,000,000 de personas?



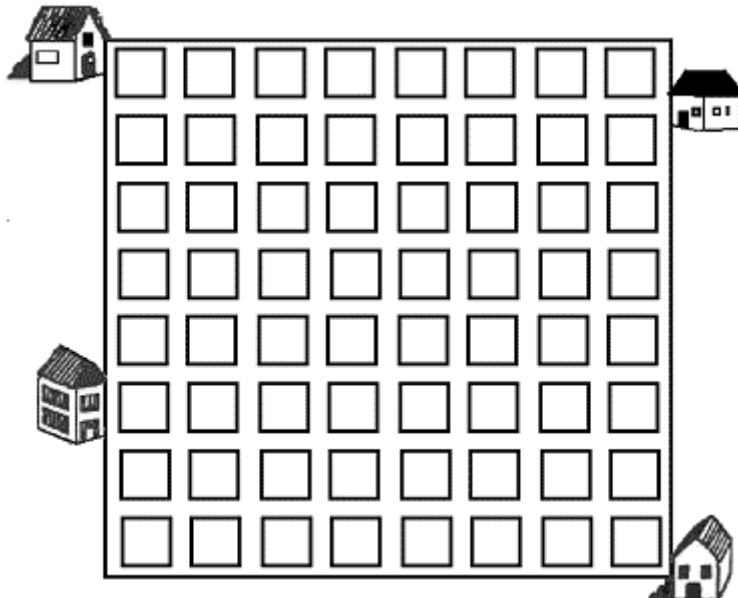
### Vertedero

Una población A tiene 5,000 habitantes, una B tiene 1,200 y una C tienen 1,500. Las distancias entre poblaciones son: entre A y B 10Km, entre A y C 20Km y entre B y C 15Km. Se desea situar un vertedero de basura para ser usado por las tres poblaciones. Discutir la localización más conveniente.



### Zafacones

Un barrio de una ciudad tiene un plano en forma de cuadrícula como se indica en el dibujo. Cada cuadra tiene 100 metros. Se quieren poner zafacones de manera que desde cualquier punto hasta llegar al zafacón no haya que caminar más de 200 metros. Discutir las localizaciones más convenientes.



## 4.2 El derecho a la salud y el deber de cuidarla

*“Nadie morirá de hambre, porque nadie morirá de indigestión”*  
*Eduardo Galeano*

“Más vale prevenir que curar” es un dicho popular. Ante él nos preguntamos: ¿Hay alguna relación entre las condiciones de vida y la salud? Para llevar una vida sana y prevenir enfermedades, ¿cuáles son las necesidades básicas? ¿Qué efectos pueden tener determinados factores como la contaminación de las aguas y del aire, los hábitos de alimentación, la ubicación de la vivienda, el grado de educación de la madre, el nivel de pobreza, etc. sobre la aparición de enfermedades como las infecto-contagiosas, las parasitarias, etc?

Hay datos cuantitativos, fórmulas y gráficas relacionados con la salud que nos interesa conocer para abordar las preguntas anteriores u otras relacionadas con la salud. Por ejemplo, la curva de crecimiento que relaciona la edad y la estatura, el índice de masa corporal que relaciona el peso y la altura, los niveles adecuados de colesterol y glucosa en sangre, las cotas máxima y mínima de la presión arterial y su relación, o la proporción de nutrientes que necesita nuestro organismo.

En ellos aparecen números con funciones diferentes: comparar mediante cocientes (índices, concentraciones), localizar (nivel en una escala), medir cantidades continuas (peso, altura, presión, ...). A veces esos números son variables y se relacionan entre sí mediante fórmulas (índice de masa corporal, presión máxima y mínima): se trata de cantidades medibles que cambian cuando las situaciones cambian, son funciones que analizan la relación entre dos variables y que se pueden presentar como tablas, como fórmulas o como gráficas. Unas veces la relación entre las variables es directa (peso y altura), otras veces es inversa (concentración de un medicamento en sangre y tiempo), otras cíclica (ritmo cardíaco).

Hay una matemática subyacente a la relación entre condiciones de vida y salud, que se puede abordar mediante los siguientes objetivos:

### OBJETIVOS

- *Comprender e interpretar datos cuantitativos y cualitativos relacionados con la salud:*
  - *Conocer las proporciones adecuadas del cuerpo humano.*
  - *Conocer la matemática subyacente a una dieta balanceada y a los problemas nutritivos: necesidades, excesos, composición de alimentos.*
- *Conocer la correlación entre determinados factores (condiciones de vida, bajos ingresos, alimentación, ubicación de la vivienda, higiene,...) y la aparición de enfermedades.*
- *Adoptar una postura crítica ante los hábitos de consumo y el estilo de vida que nos presentan los medios de comunicación.*
- *Adoptar hábitos de vida saludables y promoverlos en la familia, la escuela, la comunidad. etc*

Presentamos a continuación algunos ejemplos de la matemática subyacente a los problemas de nutrición, a una dieta balanceada y de indicadores cuantitativos de salud.

## NUTRICIÓN INFANTIL

La desnutrición infantil es un problema importante de salud pública en República Dominicana, según muestra la Encuesta Demográfica y de Salud 1996 (ENDESA 96). ¿Cómo se conoce que los niños y niñas están desnutridos? ¿Por qué hay niños que están desnutridos? ¿Qué consecuencias tiene la desnutrición?

Hay distintas maneras de conocer si una persona padece desnutrición; quizá la más sencilla, sin necesidad de ir al médico ni de hacerse análisis de sangre, sea medir la talla y el peso y comprobar si están proporcionados a la edad y al género (varón o hembra).

La desnutrición puede ser de distinto tipo:

- **desnutrición crónica** o poca estatura para la edad;
- **desnutrición aguda** o adelgazamiento exagerado para la estatura;
- **desnutrición global** o poco peso para la edad;

Los niños y niñas se consideran desnutridos si se encuentran **2 o más desviaciones estándar** por debajo de la **mediana** de la población. ¿Qué quiere decir esto?:

- La mediana es un valor por debajo del cuál está la mitad de la población y por encima la otra mitad. Es una **medida estadística de centralización**.

Por ejemplo si los pesos de cinco niños al nacer fueron 5.5, 5.75, 6, 6.5 y 7 libras, la mediana es 6 pues dos niños pesaron menos y otros dos pesaron más de seis libras.

- La desviación estándar es una **medida estadística de dispersión** e indica si los datos están concentrados o dispersos en torno a la media. Se calcula de la siguiente manera para el ejemplo anterior:

<p>1. Se halla la media aritmética (suma de todos los valores divididos entre el número de casos):</p> $(5.5+5.75+6+6.5+7):5=6.15$	<p>2. Se halla la diferencia de cada valor respecto de la media aritmética:</p> $5.5 - 6.15 = -0.65$ $5.75 - 6.15 = -0.4$ $6 - 6.15 = -0.15$ $6.5 - 6.15 = 0.35$ $7 - 6.15 = 0.85$	<p>3. Se elevan al cuadrado:</p> $(-0.65)^2 = 0.4225$ $(-0.4)^2 = 0.16$ $(-0.15)^2 = 0.0225$ $0.35^2 = 0.1225$ $0.85^2 = 0.7225$
<p>4. Se suman todos los cuadrados:</p> $0.4225 + 0.16 + 0.0225 + 0.1225 + 0.7225 = 1.45$	<p>5. Se calcula su raíz cuadrada:</p> $\sqrt{1.45} = 1.2041$	<p>La desviación estándar es:</p> <p>1.2041</p>

Las calculadoras científicas permiten obtener la media aritmética y la desviación estándar de forma sencilla, introduciendo los valores de las variables y sus frecuencias respectivas y pulsando las teclas de estas medidas estadísticas.

En las distribuciones con una sola **moda**, o valor más frecuente, y bastante simétricas se verifica que:

- el 68% de los datos se encuentran en el intervalo que se encuentra entre 1 desviación estándar por debajo de la media y 1 desviación estándar por encima de la media.
- el 95% de los datos se encuentran en el intervalo que se encuentra entre 2 desviaciones estándar por debajo de la media y otras 2 desviaciones estándar por encima de la media.

Por eso se consideran desnutridos a los niños que se encuentran por debajo de este intervalo.

Alimentarse no es garantía de estar bien nutrido: se puede comer y no nutrirse adecuadamente porque la dieta no sea balanceada; otras veces no se dispone de los productos alimenticios suficientes.

Para abordar el tema-problema de la desnutrición, sus causas y consecuencias, se puede recoger información del entorno, observando o haciendo entrevistas, para conocer qué niños y por qué están desnutridos. También se puede realizar una pequeña investigación recogiendo datos sobre la edad, el peso y la estatura de los niños. Por último se puede acudir a las informaciones que nos proporcionan las encuestas demográficas.

Las siguientes tablas<sup>4</sup> nos ofrecen datos sobre la desnutrición infantil de niños y niñas menores de 5 años en República Dominicana en 1996:

Edad en meses	% Desnutrición crónica		% Desnutrición aguda		% Desnutrición global		Nº niños
	Severa	Total	Severa	Total	Severa	Total	
< 6	0.0	5.0	0.1	1.4	0.0	1.2	310
6-11	1.2	7.5	0.0	2.0	1.6	4.7	364
12-23	3.4	14.8	0.1	2.1	1.0	8.6	733
24-35	3.6	11.5	0.3	1.1	1.7	7.0	723
36-47	3.1	11.0	0.1	0.4	0.4	5.0	663
48-59	3.2	9.6	0.4	0.9	0.6	5.3	687

Sexo	Desnutrición crónica		Desnutrición aguda		Desnutrición global		Nº niños
	Severa	Total	Severa	Total	Severa	Total	
Masculino	2.8	12.0	0.3	1.6	0.8	6.4	1,813
Femenino	2.8	9.4	0.1	0.9	1.1	5.3	1,668

Zona	Desnutrición crónica		Desnutrición aguda		Desnutrición global		Nº niños
	Severa	Total	Severa	Total	Severa	Total	
Urbana	1.6	7.3	0.2	1.3	0.7	3.9	1,972
Rural	4.4	15.2	0.2	1.2	1.2	8.5	1,509

Nivel educación madre	Desnutrición crónica		Desnutrición aguda		Desnutrición global		Nº niños
	Severa	Total	Severa	Total	Severa	Total	
Ninguno	7.7	23.1	0.4	1.7	2.5	15.7	322
Primaria 1-4	5.5	16.3	0.3	1.9	1.6	9.2	701
Primaria 5-8	2.4	11.1	0.3	1.0	0.9	4.8	1,140
Secundaria	0.8	5.6	0.0	1.2	0.3	3.2	947
Superior	0.0	1.6	0.0	0.4	0.0	1.1	371

<b>TOTAL</b>	<b>2.8</b>	<b>10.7</b>	<b>0.2</b>	<b>1.2</b>	<b>0.9</b>	<b>5.9</b>	<b>3,481</b>
--------------	------------	-------------	------------	------------	------------	------------	--------------

¿Puede localizar en las tablas los datos que muestran los hechos siguientes (las cifras están redondeadas)?:

- 11% de los niños y niñas sufren retraso en la estatura, de ellos el 3% es severa;
- 6% presenta desnutrición global o bajo peso para su edad; el nivel es mayor entre los varones y aumenta rápidamente con la edad;
- un poco más del 1% padece desnutrición aguda o adelgazamiento exagerado para la estatura;
- un 15% en el área rural padece desnutrición crónica frente a un 7% en el área urbana;

<sup>4</sup> Fuente: ENDESA 96, cuadros 9.7 y 9.8

- apenas el 2% de los niños de madres con nivel de estudios superior y el 6% de madres con educación secundaria sufre retraso en el crecimiento, en contraste con el 23% de los hijos de madres sin educación.

¿Por qué hay niños y niñas que están desnutridos? La desnutrición se debe a varios factores, algunos de ellos los puede deducir de la interpretación que usted le dé a los datos anteriores.

¿Coinciden estos datos con lo que usted percibe en el entorno en que vive? ¿Por qué? ¿Qué puede hacer, a partir del conocimiento de los mismos, para que disminuya el problema de la desnutrición infantil?

¿Cuáles son las consecuencias de la desnutrición? Puede escribir una lista en la que no debe olvidar incluir la falta de defensas para prevenir enfermedades.

La siguiente tabla<sup>5</sup> muestra el porcentaje de niños menores de 5 años que tuvo enfermedades respiratorias agudas, atendiendo a diversos elementos como edad, sexo, zona donde vive y nivel educativo de la madre:

Edad del niño en meses	% de niños con tos y respiración agitada	% de niños llevados a centros de salud	% de niños con fiebre	Nº de niños
0-5	20.5	64.1	18.7	390
6-11	33.3	64.2	38.9	404
12-23	26.5	51.4	34.8	862
24-35	29.1	45.3	32.2	878
36-47	21.1	50.0	24.6	810
48-59	19.2	47.1	22.9	824

Sexo	% de niños con tos y respiración agitada	% de niños llevados a centros de salud	% de niños con fiebre	Nº de niños
Masculino	24.8	56.2	29.3	2,167
Femenino	24.5	46.6	28.3	2,002

Zona	% de niños con tos y respiración agitada	% de niños llevados a centros de salud	% de niños con fiebre	Nº de niños
Urbana	22.8	55.8	28.1	2,449
Rural	27.4	46.7	29.7	1,720

Nivel educación de la madre	% de niños con tos y respiración agitada	% de niños llevados a centros de salud	% de niños con fiebre	Nº de niños
Sin nivel	30.3	34.8	30.5	373
Primaria 1-4	28.1	46.6	32.7	830
Primaria 5-8	24.8	56.6	28.7	1,404
Secundaria	21.2	55.2	27.0	1,124
Superior	21.8	57.1	24.8	436

A partir de ellos podemos responder a la pregunta: ¿A quiénes afectan mayormente las infecciones respiratorias agudas? ¿Por qué? ¿Coinciden los resultados con los de la desnutrición?

<sup>5</sup> Datos de ENDESA 96, Cuadro 8.12



## INDICE DE MASA CORPORAL

En los datos anteriores se observa una relación entre el nivel de educación de la madre y la desnutrición o enfermedades en los hijos. Nos preguntamos, ¿el estado de nutrición de las madres antes y durante el embarazo influye en la salud del bebé? Parece ser que sí.

El estado de nutrición de una mujer está condicionado a su vez por su balance energético o relación entre el consumo de calorías y el gasto de energías, su estado de salud, el tiempo transcurrido desde el último nacimiento y la duración de la lactancia. Existe una fuerte relación entre los niveles de fecundidad, mortalidad y nutrición de las madres.

Como ya hemos visto, la talla y el peso son indicadores del nivel de nutrición. La relación entre la altura de nuestro cuerpo y el peso, medida con la fórmula que calcula el índice de masa corporal (IMC) nos da idea de si las proporciones son las adecuadas, esto es, si estamos bien como estamos o, por el contrario, deberíamos ganar o perder peso.

Para calcular el IMC, el peso se mide en kilogramos (kg) y la altura en metros (m). La relación de estas medidas del Sistema Métrico Decimal con las de Sistema Anglo-Americano (libras, onzas, pies y pulgadas) es la siguiente:

$$1 \text{ kilogramo} = 2.2046 \text{ libras}$$

$$1 \text{ libra} = 16 \text{ onzas} = 0.45359 \text{ kilogramos}$$

$$1 \text{ metro} = 100 \text{ centímetros} = 3.2808 \text{ pies}$$

$$1 \text{ centímetro} = 0.3937 \text{ pulgadas}$$

$$1 \text{ pie} = 12 \text{ pulgadas} = 0.3048 \text{ metros}$$

$$1 \text{ pulgada} = 2.5401 \text{ centímetros}$$



$$\text{IMC} = \frac{\text{peso en kilogramos}}{(\text{altura en metros})^2}$$

Por ejemplo una persona que pese 80 kilogramos y mida 1,80 metros tendría un IMC:

$$\text{IMC} = \frac{80}{1.8^2} = 24.69$$

Cuando el resultado está comprendido entre 18.5 y 25, el índice se considera normal. Si está por debajo puede haber desnutrición y si está por encima hay sobrepeso.

Una forma más sencilla y más conocida para saber si la proporción entre nuestro peso y nuestra altura es la adecuada es restarle 100 a nuestra altura en centímetros (cm); si obtenemos aproximadamente el peso en kilogramos significa que la relación es la adecuada:

$$\text{Altura (cm)} - 100 = \text{Peso (kg)}$$

En el caso anterior coincide:  $180 \text{ cm} - 100 = 80$

La siguiente tabla<sup>6</sup> presenta el índice de masa corporal de mujeres con hijos en los cinco años anteriores a la realización de la encuesta:

Índice de masa corporal	Distribución %
<16.0 (severa)	0.5
16.0-16.9 (moderada)	0.7
17.0-18.4 (leve)	4.9
18.5-20.4 (normal)	14.1
20.5-22.9 (normal)	23.3
23.0-24.9 (normal)	18.8
25.0-26.9 (sobrepeso)	14.3
27.0-28.9 (sobrepeso)	9.7
29.0-29.9 (sobrepeso)	3.2
> 30.0 (obesa)	10.4
<b>Número de mujeres</b>	<b>2,492</b>

El promedio del IMC es 24.2. El promedio de estatura de la mujer dominicana es 156.7 cm y la desviación estándar 6.0 cm. Esto quiere decir que el 68% de las mujeres tienen una estatura comprendida entre 150.7 cm (que es  $156.7 - 6$ ) y 162.7 cm (que es  $156.7 + 6$ ).

El promedio de peso es 60.0 kg y 13.3 la desviación estándar. ¿Qué quiere decir esto?

Las distribuciones por edad, lugar de residencia y nivel de educación son las siguientes<sup>7</sup>:

	Edad				
	15-19	20-24	25-29	30-34	34-49
<b>Promedio</b>	22.3	23.6	24.5	24.7	25.2
<b>Deficiente</b>	10.7	6.7	5.1	5.5	5.5

<sup>6</sup> Fuente: ENDESA 96, Cuadro 9.9

<sup>7</sup> Fuente: ENDESA 96, Cuadro 9.10

	Zona	
	Urbana	Rural
Promedio	24.7	23.4
Deficiente	4.3	9.3

	Nivel de educación				
	Ninguno	Pr 1-4	Pr 5-8	Secundaria	Superior
Promedio	22.9	24.0	24.2	24.3	24.9
Deficiente	11.4	8.7	6.4	4.6	2.7

- ¿En qué edades hay un mayor porcentaje de mujeres con un IMC por debajo del patrón normal?
- ¿Dónde residen las mujeres con menor IMC?
- ¿Qué nivel de estudios tienen las mujeres con menor IMC?

¿Cuáles son otros indicadores de salud, además del peso y la estatura? Por ejemplo, la presencia en la sangre de determinadas componentes como el colesterol o el azúcar.

## COLESTEROL

La composición de la sangre también nos informa si nuestro estado es o no saludable. Una de las componentes que más preocupa es el colesterol, porque un nivel alto puede producir accidentes cardiovasculares. Hay dos tipos de colesterol, el denominado “bueno” o HDL y el “malo” o LDL.

Para conocerlos hay que hacerse un análisis de sangre y verificar si su concentración se encuentra entre parámetros normales; estos varían de unos laboratorios a otros. A continuación presentamos los de dos laboratorios diferentes:

	Laboratorio 1	Laboratorio 2
Colesterol LDL (mg/dl)	105-155	<160
Colesterol HDL (mg/dl)	50 - 105	> 35 (v) > 45 (m)*

\* Riesgo: varones: <35; mujeres: < 45

en la tabla 105-155 quiere decir que el nivel  $x$  de colesterol debe estar comprendidos entre esos valores, lo que en símbolos matemáticos se expresa:

$$105 < x < 155$$

Para poder compararlos hace falta que las concentraciones estén expresadas en las mismas unidades.

## GLUCOSA

Otra componente de la sangre que hay que vigilar es la glucosa. Debe estar entre 70 y 110 miligramos por decilitro (mg/dl) en ayunas y por debajo de 180 después de comer. Si está por debajo de 70 se siente malestar y si está por encima de los niveles máximos se tiene **diabetes**.

La diabetes es una enfermedad cada vez más frecuente en el mundo. En 1997 se estimaba en 142 millones las personas afectadas (la población mundial es de 6,000 millones), de ellas 32 millones aproximadamente estaban en Latinoamérica. La previsión para el año 2025 es de 300 millones, de ellas 63.5 millones en Latinoamérica.



¿Qué relaciones hay entre las cifras anteriores? ¿En cuántos años se duplicará el número de afectados? ¿Crece en la misma proporción en el mundo y en Latinoamérica?

El ejercicio físico, la reducción de peso y una alimentación adecuada disminuyen la incidencia de la enfermedad en un 50%; también es necesario prestarle atención al control del metabolismo.

## PRESIÓN

Otro indicador de la salud es la presión arterial. Se considera normal una máxima entre 105 y 145 (mm de mercurio) y una mínima entre 60 y 90. Normalmente se expresa dividiendo el valor anterior por 10 y sin mencionar “mm de mercurio”.

Popularmente se utiliza una fórmula según la cual:

$$\text{Mínima} = \frac{\text{Máxima}}{2} + 1$$

Esta fórmula debe interpretarse como la relación que deben guardar la máxima y la mínima presión, pero no quiere decir que si la máxima es 20 y la mínima 11 la presión está bien.

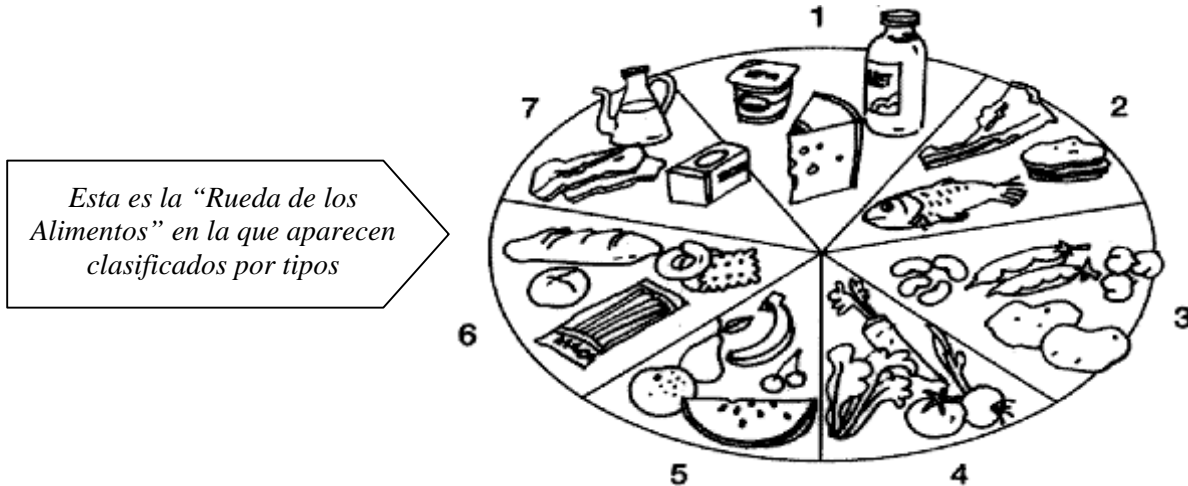
¿Qué tipo de función relaciona la presión máxima y la mínima?

## DIETA Y SALUD

Para llevar una vida sana es necesario llevar una dieta equilibrada, descansar, hacer ejercicio físico. Las necesidades varían según la edad, el tipo de vida o de trabajo y el clima.

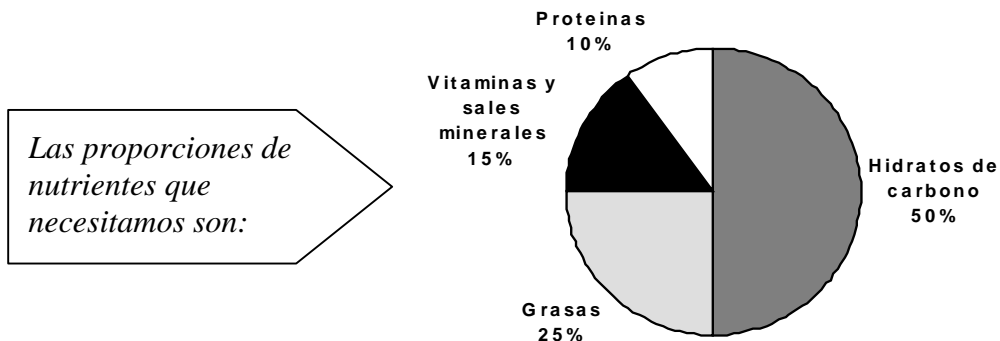
¿Qué es una dieta equilibrada? ¿Cómo se clasifican los alimentos? ¿Cuál es la composición de cada alimento? ¿La mayoría de los dominicanos y dominicanas comemos lo mismo en cantidad y calidad? Son preguntas en las que se puede investigar<sup>8</sup>.

A continuación presentamos algunas informaciones que pueden ayudar.



Una dieta equilibrada quiere decir que se toma una cantidad variada de alimentos que contengan todos los tipos de nutrientes que necesita nuestro organismo; son los siguientes:

NUTRIENTES	ALIMENTOS
Hidratos de carbono	Pan, víveres, cereales...
Grasas	Aceites, mantequilla, tocino,...
Vitaminas y sales minerales	Frutas, vegetales, hortalizas,...
Proteínas	Leche, carne, huevos, pescado, leguminosas, ...



<sup>8</sup> Cf.: "Proyecto de trabajo: Conozcamos cómo nos alimentamos y qué influencias tiene una alimentación balanceada en la calidad de vida". *Maestras y maestros: Prácticas y cambios*, Centro Poveda, n° 25. Junio 1997.

Nuestro cuerpo necesita de la energía que le proporcionan los alimentos. Este consumo de energía se mide en kilocalorías. Damos un ejemplo de la que se necesita para realizar algunas actividades:

ACTIVIDAD	KILOCALORÍAS POR MINUTO
Gimnasia	3.7
Bicicleta	6.2
Béisbol	8.7
Escalada	10

## La dieta dominicana

La siguiente noticia<sup>9</sup> sobre la dieta de los dominicanos y dominicanas nos informa sobre los hábitos de alimentación.

**El arroz un alimento con componente político.** Por HÉCTOR LINARES (Hoy 28/11/99)

El arroz es el más importante de la trilogía del “nacionalismo culinario” dominicano, cuyos otros dos componentes esenciales son las habichuelas y las carnes.

Después de los productos que integran la “bandera nacional” alimentaria, las frutas y los víveres representan los renglones que mayor cantidad de dinero absorben del presupuesto familiar de los dominicanos.

Después de las habichuelas -en cuyo grupo las rojas y las pintas representan los mayores montos de consumo- los guandules representan una importante opción dentro de la “acompaña” proveniente de las leguminosas.

En las carnes el pollo fresco es la más importante.

Todos estos renglones son para hacerle compañía al arroz, que es una especie de “buque insignia” dentro de los alimentos más consumidos por los dominicanos.

Este gráfico<sup>10</sup> muestra el gasto de los dominicanos en consumo de arroz expresado en millones de pesos



<sup>9</sup> La noticia se presenta abreviada.

<sup>10</sup> Fuente: Tercera Encuesta Nacional de Gastos e Ingresos en los Hogares. Banco Central . Octubre 97-Septiembre 98.

- ¿Puede extraer algunas conclusiones sobre la relación entre la dieta, el nivel de vida y la ubicación de las familias, sabiendo que la población urbana es de 63,3%, que las familias de menores ingresos representan el 56% de la población y que el 30% de la población vive en el Distrito Nacional?
- Haga una lista de los alimentos que consume en una semana, clasifíquelos según los siete grupos de la rueda y los nutrientes que contienen. Verifique si su dieta es equilibrada. Si no lo es trate de hacerlo.

### 4.3 Los derechos del consumidor

*"Los economistas no llamarán nivel de vida al nivel de consumo,  
ni llamarán calidad de vida a la cantidad de cosas"*  
Eduardo Galeano

¿Por qué a las personas nos llaman a veces "consumidores"? Para vivir tenemos que satisfacer unas necesidades básicas, que son limitadas, y están recogidas en la proclamación universal de los derechos humanos: alimentación balanceada, vivienda digna, educación, libertad de expresión, nacionalidad, etc. Las personas tenemos también deseos que van más allá de nuestras necesidades y es difícil ponerles límites. Si se fomenta el deseo se fomenta también el consumo. A través de la publicidad se despiertan o alientan deseos, se crean nuevas necesidades y se incita al consumo.

Un consumo racional, crítico y solidario se puede convertir en poder si los "consumidores" conocemos y ejercemos nuestros derechos y utilizamos nuestra posibilidad de elegir. Por ejemplo, exigiendo garantía de calidad o boicoteando los productos que no se hayan comercializado o elaborado respetando los derechos de las personas y de los pueblos, como aquéllos en los que han intervenido niños a los que se les paga bajos salarios, u otros en cuya publicidad se presenta a la mujer como objeto. Algunas organizaciones denuncian estas situaciones y hacen propuestas alternativas como el "comercio justo", que paga a los productores de los países del sur un precio justo, o el diseño de una etiqueta que garantiza que se ha seguido un comportamiento ético en la elaboración y comercialización del producto.

Por otra parte, el crecimiento del consumo en el mundo no puede continuar al ritmo actual: es necesario tomar conciencia de que "aunque usted pueda gastar, el planeta no puede producir". Reutilizar, reciclar, caminar, ... son pequeñas acciones a nuestro alcance para vivir en armonía y solidaridad con nuestro planeta.

En estas páginas nos centraremos en algunos aspectos que debe tener presente un "consumidor consciente" (datos, valoraciones, medidas, códigos, cálculos,...), que si bien no abarcan todos los elementos de la educación para el consumo, son parte imprescindible del mismo. Se trata pues de abordar los siguientes **objetivos**:

#### OBJETIVOS

- *Entender de forma racional la objetividad o la manipulación de las campañas publicitarias.*
- *Saber elaborar estrategias óptimas de compra en función de las necesidades o conveniencias, utilizando criterios racionales, solidarios y cuantificables para analizar las relaciones calidad-precio de las ofertas de consumo.*
- *Elaborar propuestas para un uso racional y justo de los recursos necesarios para vivir.*



Trataremos algunos aspectos del consumo como información cuantitativa y códigos de barra en los alimentos, ofertas, precios, alquiler y compra de la vivienda y de la compra de un carro, incluyendo actividades<sup>1</sup>.

## LA ALIMENTACIÓN

### Información de los envases

Podemos mirar la forma de los envases de los productos; en algunos casos son de bellos diseños, por ejemplo los de los perfumes. También podemos ver las fotos o imágenes, su nombre, diversas informaciones sobre el producto, algunas de ellas en forma codificada.



Los distintos números que aparecen proporcionan informaciones como peso, volumen o cantidad, composición, fecha de caducidad, precio, etc. Unos sirven para identificar y otros para medir.

Los **códigos de barra** traducen una sucesión de números a una distribución de barras de distinto grosor blancas y negras, que se puede leer con un lápiz óptico o con un escáner. Facilitan así poner el precio a los productos o cobrarlos, pues basta con que la computadora del almacén esté programada para asignar el precio convenido de la mercancía al código de barras de la misma.

Hay distintos tipos de códigos de barras; presentamos dos a continuación.

- El código de barras de la ilustración (a su derecha) se utiliza para envasados de peso variable. Este código tiene una primera parte formada por seis números que identifica el comercio y el producto, y una segunda de otras seis cifras con el precio.



<sup>1</sup> Las ideas que se exponen a continuación están inspiradas en el material: ALSINA, C. y J.M. FORTUNY. *La matemática del consumidor*. Generalitat de Catalunya- Proyecto Sur. Granada, 1994

- Cuando el precio es fijo se utiliza este otro código de 13 números:

- Los dos primeros números indican dónde está hecho el producto: 74 es el de República Dominicana; cada país tiene un prefijo asignado.
- Los cinco números que siguen están asignados a la empresa productora; en este caso 60016.
- Los cinco números que siguen corresponden al producto: 70204.
- El último número es el de seguridad y se calcula así:



- Se escriben las primeras doce cifras del código y debajo la secuencia 1 3 1 3 ...

7	4	6	0	0	1	6	7	0	2	0	4
1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3

- Se suman los productos de cada par de números

$$7 \times 1 + 4 \times 3 + 6 \times 1 + 0 \times 3 + 0 \times 1 + 1 \times 3 + 6 \times 1 + 7 \times 3 + 0 \times 1 + 2 \times 3 + 0 \times 1 + 4 \times 3$$

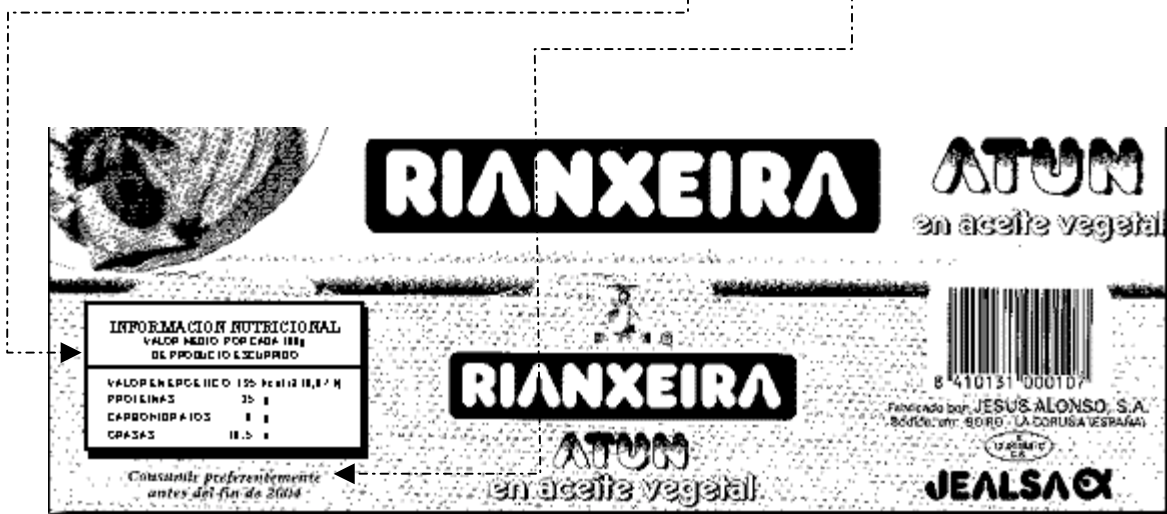
El resultado es 73.

El número de seguridad es 7, que es lo que falta al resultado para completar una decena más, en este caso 80, ya que  $80 - 73 = 7$ .

Este número sirve para verificar que el lápiz óptico o el escáner leyeron bien.

En los productos también se ha de especificar el **precio final** de venta al público. Éste a veces se altera ofreciendo descuentos como **3 x 2**, o sea lleve 3 al precio de 2, que animan a comprar.

Los productos perecederos especifican la **fecha de envasado** o la **fecha de caducidad**. En algunos encontramos los **datos de nutrición**.



## OFERTAS Y PRECIOS

En los supermercados encontramos un surtido del mismo producto, por ejemplo galletas, de diferentes marcas, tipos y precios. Elegimos el que más convenga a nuestras necesidades y gustos: precio, tamaño, calidad, valor nutritivo, etc.

Muchos productos especifican en su etiqueta el peso de su presentación con agua, aceite, etc. que es el **peso neto** (por ejemplo sardinas, guandules, ..) y el **peso escurrido** que es lo que realmente se consume. Es necesario estar alertas porque a veces el que parece más barato no lo es realmente:



Las ofertas tratan de captar la atención de los clientes. Aquí hay varias:

- ¿Cuál es el porcentaje de ahorro en los jugos?
- ¿Qué lata de leche en polvo le conviene más?



Jugos Litro  
**4x3**



Leche Rocha 100grs.  
RD\$ **139.95**  
Leche Rocha 180grs.  
RD\$ **179.95**

## Subida de precios

Los precios suelen subir por diversos motivos como la devaluación de la moneda, el alza de los combustibles, los desastres naturales, el crecimiento de la demanda, etc. Tras el huracán Georges se registraron alzas considerables en las frutas y verduras, como se indica a continuación<sup>2</sup>:

	De:	A:
Piña (pieza)	10	15-16
Limón (lata)	5-6	10-15
Tomate (lb)	3.50	10
Ajo (lb)	22-23	25-27

	De:	A:
Melón (pieza)	10	15-20
Ají (lb)	13	25
Zanahoria (lb)	6	6
Cebolla	8	15

¿Cuál fue el producto que más subió? ¿En qué porcentaje?

<sup>2</sup> Información del periódico Hoy, 10/10/98

## En el Picapollo

Imagínese que va a comer a un restaurante. Son cinco personas: dos adultos y tres niños y su presupuesto es de 150 pesos. ¿Qué elegiría? Las ofertas son las siguientes:

### Oferta 1:

2 piezas de pollo frito  
Papas fritas regular  
Refresco 12 onz.  
Dulce de coco horneado

**RD\$ 35.00**

### Oferta 2:

Alitas y salchichas picantes  
Tostones regular  
Refresco 16 onz

**RD\$ 40.00**

### Oferta 3:

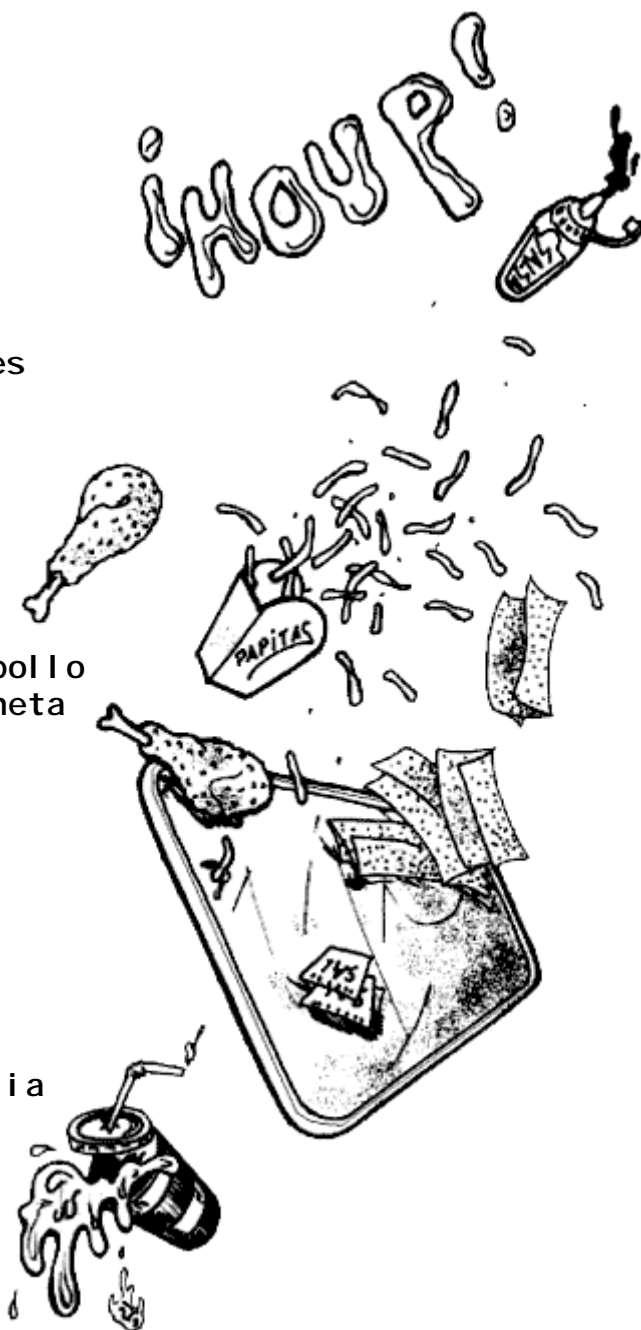
Un sandwich de pechuga de pollo  
con american cheese y tocineta  
Papas fritas regular  
Refresco 16 onz.  
Un pie de manzana

**RD\$ 55.00**

### Oferta 4:

Un pollo horneado  
Una ensalada de papas familia  
Un pudin  
Un doble litro de refresco

**RD\$ 130.00**



¿Qué elegiría? ¿Por qué?

## LA VIVIENDA

### Alquilar o comprar

#### APARTAMENTOS

#### OFERTA ALQUILER

APARTAMENTO 3er. Piso calle 2da. edif. 92-A Honduras del Norte, Invi km. 10 1/2 Carretera Sánchez \$4,500 mensuales. INF. Of. Díaz Cruzado Av. Independencia 689-1914.

APARTAMENTO DE LUJO Av. Anacaona, Jacuzzi y 2 walking closet en hab. Principal, baño y walking closet en otras habitaciones, A/C central. Inf. Tel.221-8157

APARTAMENTO ESTUDIO amueblado, una habitación, sala, comedor, cocina, baño y closet, \$4,000. Preferible extranjero, José Contreras No.114 esq. Lincoln. Tel. 535-0783

■ APARTAMENTO NACO: 3 habs., 3 1/2 baños, jacuzzi, hab. Principal con baño y vestidor, 2 parqueos techados, planta full, ascensor, agua tratada, seguridad, etc. US\$1,600.00. 299-3550

### ENS. NACO

3er. Nivel hab., 3 1/2 baños, estar, área social, aire central, ascensor, Pta. Full, Term. 1ra., 2 parqs. Techados, vigilancia. **\$2,300,000.**

**Inf. 698-1638 / 2258-9241**

Aquí tiene dos anuncios de apartamentos en una zona elegante de la ciudad de Santo Domingo, de la sección de clasificados del periódico. En uno se ofrece un apartamento alquilado por US\$ 1,600 al mes; en el otro la compra por RD\$ 2,300,000.

Si usted pudiera comprar el que venden (¡ojalá!) y alquilarlo por RD\$25,600 (equivalente al alquiler del otro US\$1,600), ¿Cuántos meses tardaría en recuperar la inversión?

Hagamos cálculos para una vivienda más asequible.

Imagínese que vive en un apartamento de su propiedad por el que paga 200 pesos mensuales de gastos, 3.000 pesos al año de impuestos y 6.000 pesos al mes durante 20 años por el préstamo con que compró la vivienda.

¿Cuál es el gasto total de los 20 años? Con ese dinero, ¿cuántos meses podría haber pagado en un alquiler de 4.000 pesos al mes? ¿Qué le interesa más?

## TARIFAS TELEFÓNICAS

Estas son las tarifas de una compañía telefónica desde el 1 de enero de 1999. En la publicidad se destaca las reducciones, indicando la tarifa antigua, la nueva y el porcentaje de reducción. La información sobre las subidas es clara, pero menos llamativa: no se indica en qué porcentaje sube la Renta Básica Residencial y el Servicio Local Medido. ¿Podría calcularlo? ¿Cómo es el aumento gradual del Servicio Local Medido a lo largo del año? A primera vista parecería que el próximo recibo vendrá más bajo.

### Un nuevo esquema de precios y tarifas para los Servicios Telefónicos Residenciales así como para los que se ofrecen en nuestros Centros de Telecomunicaciones entrará en vigencia a partir del día 1<sup>ro</sup> de enero de 1999

	ACTUAL	DESDE 1-1-99	REDUCCIÓN
Instalación de Teléfonos	\$4,500	\$2,850	(37%)
Traslado de Teléfonos	\$4,000	\$1,950	(51%)
Internet	\$400	\$275	(31%)
Llamada de Larga Distancia a Estados Unidos Vía DDD (precio básico)	\$10.90	\$7.99	(27%)
Llamada de Larga Distancia a Estados Unidos Vía DDD (precio super económico)	\$24.90	\$17.50	(30%)
Llamada de Larga Distancia a España Vía DDD (precio básico)	\$24.90	\$17.50	(30%)
Llamada de Larga Distancia Internacional Otros Destinos Vía DDD			(20 a 30% descuento en la mayoría de los países)
Llamada de Larga Distancia a Puerto Rico desde Centros de Telecomunicaciones	\$6.80	\$4.95	(27%)
Llamada de Larga Distancia a Estados Unidos desde Centros de Telecomunicaciones	\$8.90	\$4.95	(44%)
Llamada de Larga Distancia Nacional desde Centros de Telecomunicaciones	\$2.70	\$1.99	(26%)
Activación de Secretel	\$215	GRATIS	(100%)
Activación de Servicios Opcionales	\$165	GRATIS	(100%)
Activación de Servicios Opcionales Avanzados	\$215	\$50	(77%)

#### Ajuste Unico de Renta Básica Residencial

	ACTUAL	DESDE 1-1-99
Renta Básica Residencial (mesual)	\$50	\$100
Servicio Local Medido	\$0.10	\$0.14

#### Aumento Gradual del Servicio Local Medido (Centavos de RD pesos-¢)

	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
Cambio	4¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢	1¢
Precio	14¢	15¢	16¢	17¢	18¢	19¢	20¢	21¢	22¢	23¢	24¢	25¢

Suponga que en diciembre de 1998 su recibo del teléfono tenía los siguientes cargos:

## TELEFONO

### Resumen de factura

#### Cargos actuales

Renta básica mensual				\$ 50.00
Servicio Local Medido	254 llamadas	950 mn	0.10 pesos/mn	\$ 95.00
Larga distancia nacional		119 mn	2.70 pesos/mn	\$ 321.30
Larga distancia (España)	5 llamadas	12 mn	24.90 pesos/mn	\$ 298.80

#### Impuestos y CDT

ITBIS (8% de \$ 765.10)	\$ 61.21
2% Art. 45 Ley Telecomunicaciones 153-98 (2.00% de 765.10)	\$ 15.30
<b>Total impuestos y CTD</b>	<b>\$ 76.51</b>

#### Total cargos actuales

**\$ 841.61**

¿Cuál sería el total a pagar por los mismos conceptos en diciembre de 1999?

Ante las subidas el usuario puede cambiar el contrato a otra compañía, para mantener ese derecho existen las leyes antimonopolio.

## DEVALUACIÓN DEL CARRO

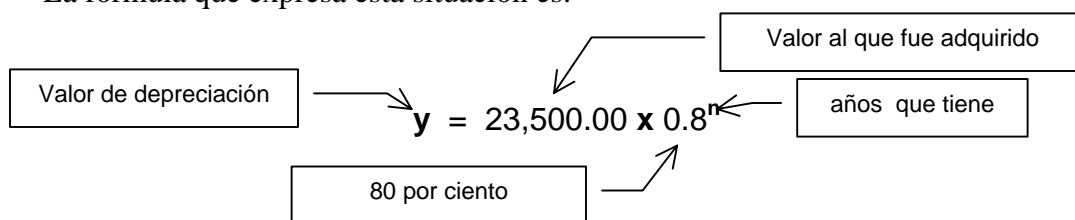
Los carros van perdiendo valor con el paso del tiempo, se deprecian un 20% aproximadamente cada año. Si un carro cuando era nuevo costó US\$ 23,500.00 su valor en los años sucesivos se obtiene fácilmente con una calculadora, multiplicando el valor anterior por 0.8 (que es el 100% - 20%):



	Valor inicial	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años	6 años	7 años	8 años
Pesos	23,500	18,800	15,040	12,032	9,625	7,700	6,160	4,928	3,942
Pérdida valor	4,700	3,760	3,008	2,404	1,925	1,540	1,232	985	

Como era de esperar el valor va decreciendo, pero no de manera uniforme (no es lineal), como se puede comprobar en la fila "pérdida de valor".

La fórmula que expresa esta situación es:



siendo  $y$  el valor del carro transcurridos  $n$  años.

Se trata de una función exponencial decreciente, pues la base es menor que la unidad.

### Carros usados

Esta publicidad es de carros usados. Sabiendo que cada año pierden aproximadamente el 20% de su valor, ¿Cuánto valían el Tropper 4x4 y el Camry del 95 cuando eran nuevos?

VEHICULOS USADOS Financiamiento Disponible							
Honda	87	Accord Full		Toyota	93	Camry	
Toyota	87	Camry Full		Nissan	93	Quest	
Nissan	88	Bluebird		Chevrolet	95	Impala SS	
Nissan	88	Sentra		Nissan	95	Quest	
Isuzu	90	Trooper 4x4		Toyota	95	Camry	
Toyota	92	Camry		Toyota	95	Cabina ½ 4x4	
Toyota	92	Previa	\$195,000	Nissan	96	Sentra Full	\$170,000
Toyota	92	Corolla	\$115,000	Toyota	96	Camry LE	\$290,000
Toyota	93	Corolla	\$135,000	Chevrolet	99	Malibu	\$290,000





## 4.4 El Derecho a un reparto justo de los bienes

*“El mundo ya no estará en guerra contra los pobres  
sino contra la pobreza”  
Eduardo Galeano*

¿Por qué dicen que la economía de la República Dominicana es la de mayor crecimiento en todo el mundo<sup>3</sup>, si la mayoría de la población no ve mejorar su situación económica?

La formación económica se hace cada vez más necesaria en una sociedad como la nuestra, en la que el mercado y el beneficio se están convirtiendo, desafortunadamente, en la medida de todas las cosas, por encima incluso de las personas. Los espacios que los medios de comunicación dedican a la economía son más extensos que años atrás; incluso las páginas económicas de la prensa de otros países aparecen en los diarios dominicanos.

La economía se puede mirar a gran escala (la de los países o regiones del mundo) o a pequeña escala (la personal o familiar). Ambas son complementarias y se relacionan, aunque a veces la macroeconomía vaya bien y la microeconomía mal, pues paradójicamente aumenta la riqueza en algunos países, pero también la pobreza porque los beneficios no se reparten de forma equitativa.

Para ejercer la ciudadanía es necesario comprender conceptos y datos económicos. Ello exige tanto una formación económica como matemática: capacidad de estimación, de cálculo, de reparto, etc.

Al tratar este tema nos podemos plantear los siguientes objetivos:

### **OBJETIVOS**

- *Comprender el significado de los números, fórmulas y gráficos de las informaciones económicas: datos absolutos y relativos, índices, tablas, gráficas, ...*
- *Interpretar críticamente la forma en que se presentan los datos numéricos y gráficos de las informaciones económicas.*
- *Reflexionar sobre los índices que delatan la marginalidad y la discriminación.*
- *Elaborar informaciones a partir de datos económicos presentando visiones complementarias de la realidad.*

---

<sup>3</sup> Fuente: El Siglo, 21/4/99

## ÍNDICADORES ECONÓMICOS

Los índices de crecimiento, las tasas de inflación, las cifras de la deuda externa o del desempleo, etc. ocupan a veces los titulares de los medios de comunicación. Por ejemplo, en la prensa encontramos el siguiente titular (El Siglo, 21/4/99):

- “Economía RD es la de mayor crecimiento en todo el mundo”

El índice que se maneja en el titular anterior es el **Producto Interior Bruto** (PIB) que según pronosticaba el Fondo Monetario Internacional (FMI) se incrementaría en 1999 en un 7.3%; sin embargo se incrementó en un 8.3 %. El **PIB** es la producción total para uso final de bienes y servicios de una economía, realizada tanto por residentes como por no residentes, y considerada independientemente de la nacionalidad de los propietarios.

Este indicador de crecimiento económico no nos da idea de cómo se distribuyó la riqueza generada; además el PIB cuenta también los bienes de no residentes y que salen al exterior, por ejemplo los ingresos generados por la inversión extranjera en la industria turística.

Un índice más adecuado para medir la riqueza que se queda en un país es el **Producto Nacional Bruto** (PNB) que es el PIB más el ingreso percibido del exterior por los residentes en conceptos de servicios (trabajo y capital) menos los pagos análogos efectuados a no residentes que contribuyen a la economía nacional.

Otros titulares que complementan la información anterior son los siguientes:

- “Es alta concentración de ingresos en RD” (Hoy 4/12/98)
- “América Latina: menos pobres pero más pobreza. La región tiene acumulada una gran deuda social, cuyo incumplimiento ha agrandado la brecha entre ricos y pobres” (Hoy 25/6/99)

La concentración de ingresos se mide con el **coeficiente de Gini** que indica el grado en que ésta se desvía de una distribución perfectamente igualitaria. El coeficiente va de 0, que significa igualdad perfecta, a 1 que es una desigualdad total. El coeficiente de Gini de República Dominicana es 0,52 y está entre los más altos de América Latina<sup>4</sup>.

Según datos de la Oficina Nacional de Planificación (ONAPLAN) de 1996, el 56% de la población dominicana vive en pobreza y de ésta el 19% en pobreza extrema.

Hay pues que conocer índices de crecimiento económico y de distribución de la riqueza para interpretar las informaciones económicas; también los índices de desarrollo humano, para no caer en centrar el bienestar de un país en la marcha de su economía. Los datos que proporciona los informes de desarrollo humano del PNUD muestran que no hay un vínculo automático entre crecimiento económico y desarrollo humano.

El **índice de desarrollo humano (IDH)** es un promedio simple del índice de esperanza de vida, el índice de nivel educativo y el índice del PIB real per cápita (en dólares) ajustado, por lo que se calcula dividiendo por tres la suma de los tres índices.

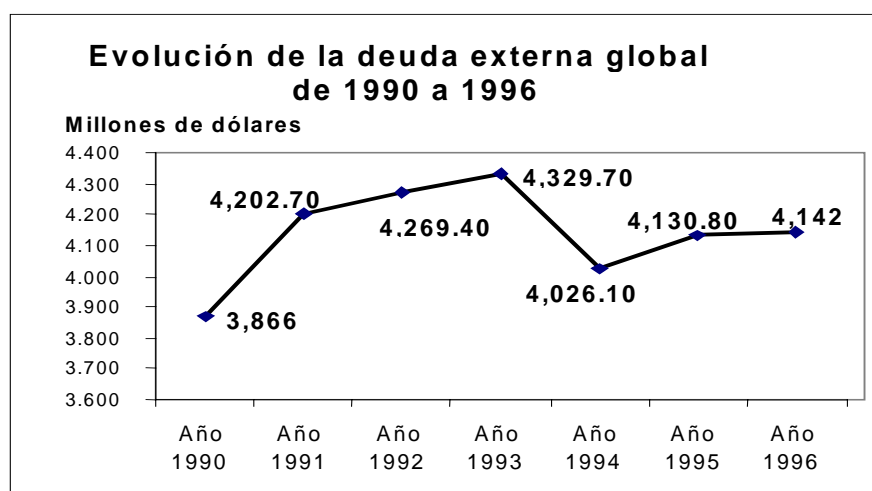
---

<sup>4</sup> Fuente: Banco Interamericano de Desarrollo (BID)

El IDH de República Dominicana en 1999 es 0.713, ocupando el lugar 88 entre los países del mundo, atendiendo a los siguientes datos<sup>5</sup>:

- esperanza de vida al nacer 70.6 años
- tasa de alfabetización de adultos 82.6%
- tasa bruta de matriculación en básica, media y universidad 66%
- PIB real per cápita 4,820 dólares

La **deuda externa** es otro indicador de la marcha de la economía, que afecta sobre todo a las economías de los países más pobres. Es la deuda con no residentes reembolsable en divisas, bienes y servicios. Para pagarla se hacen a veces esfuerzos desmesurados. En República Dominicana parte de esa deuda se paga con lo que se denomina el diferencial del petróleo, esto es, impuestos con los que grava el Estado todos los productos derivados del llamado “oro negro”. Por ello la subida o bajada del precio del petróleo tiene una repercusión directa en la economía del país. El gráfico<sup>6</sup> siguiente muestra su evolución:



Esta deuda descendió 1.2% en junio de 1998, en que se redujo a 3,460.5 millones de dólares. Se calcula que para el año 2000 el gobierno necesitará unos RD\$ 7,000 millones para pagar la deuda externa.

La **inflación** es otro concepto económico muy utilizado. Es una baja del poder adquisitivo del dinero que se refleja en un aumento del nivel general de los precios medidos por el índice de precios al detalle. El dato de que la inflación en República Dominicana entre octubre del 97 y octubre del 98 fue del 10 % quiere decir que lo que se compraba por 100 pesos en octubre del 97 pasó a costar 110 en octubre del 98.

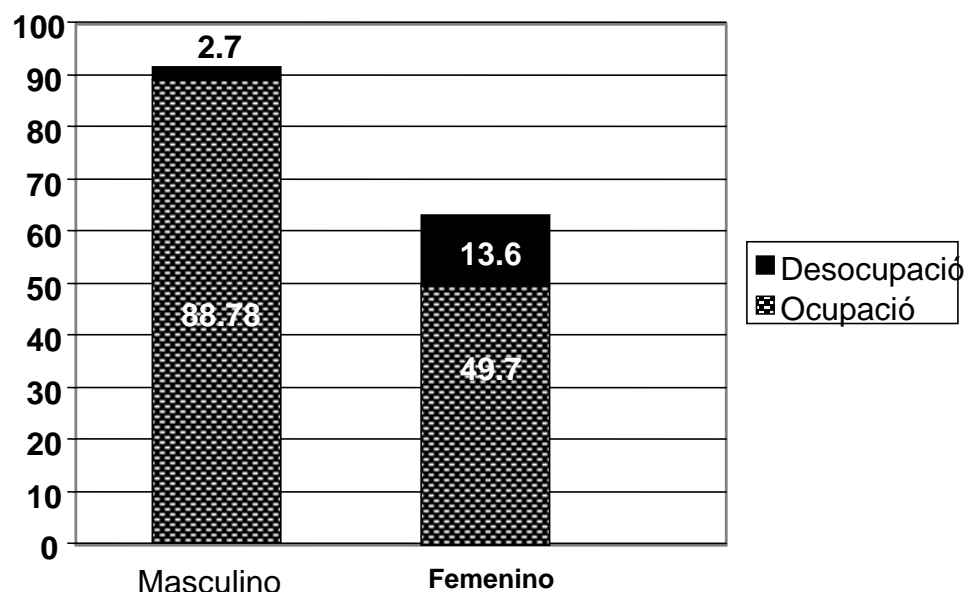
En el lado humano de la economía tenemos a los trabajadores y sus familias. El nivel de **desempleo**<sup>7</sup> en RD a finales de 1999 era de 14.4 %. Esta cifra no se repartió de la misma manera entre hombres y mujeres, mundo rural y urbano, ricos y pobres.

<sup>5</sup> Fuente: Informe sobre Desarrollo Humano 1999. PNUD

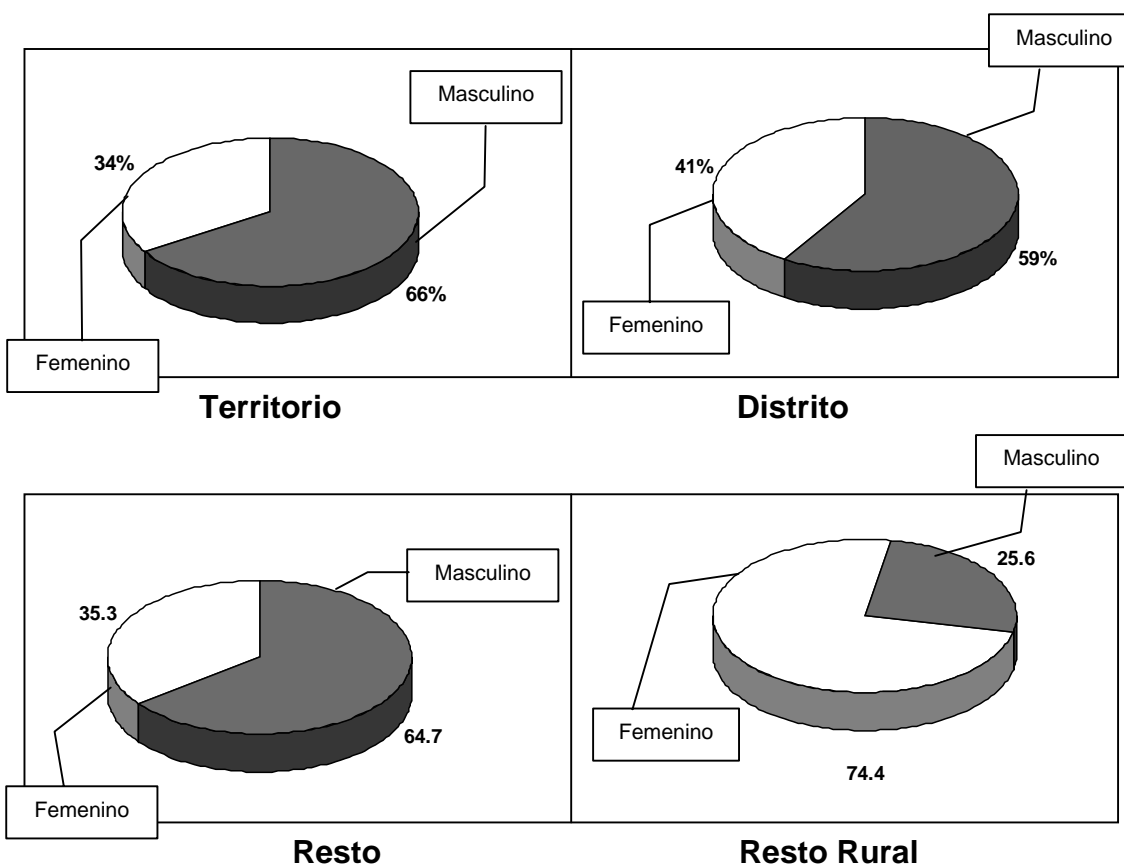
<sup>6</sup> Fuente: BID/Banco Central

<sup>7</sup> Fuente: Banco Central

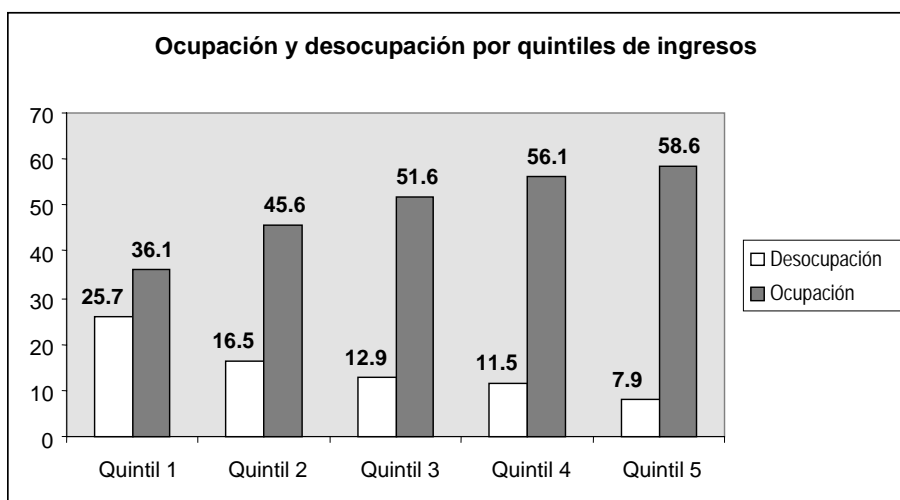
El siguiente gráfico representa la población ocupada por género en 1998:



Los siguientes gráficos muestran la población ocupada por lugar de residencia:



Para hacer este estudio de la desocupación según el nivel de riqueza o pobreza de las familias se divide la población en cinco grupos con el mismo número de personas cada una y se utiliza un concepto estadístico llamado **quintil**: en el quintil primero están los de menos ingresos; en el quintil segundo los que tienen algo más de ingresos, teniendo los de menos ingreso del segundo quintil más que los de más ingresos del primero; lo mismo se hace para los siguientes quintiles. Cada quintil se trata como una unidad. El nivel de desocupación por quintiles de ingresos es el siguiente:



## FUENTES DE INGRESOS

La economía de RD se sustenta principalmente en tres pilares: las remesas que envían los dominicanos y dominicanas trabajadores en el extranjero, las zonas francas y el turismo. Las **remesas** de trabajadores enviadas a la RD en 1996 fue de 847 millones de dólares y figura en el 17° lugar del mundo.



Las **zonas francas** se han creado para abaratar los productos, pues la mano de obra se paga de manera desigual en los países del Norte y del Sur, de ahí que muchas multinacionales de productos manufacturados como la industria textil, se trasladen a los países del Sur, a las llamadas zonas francas. Algunas cifras comparativas son las siguientes:

	1998	1999
Trabajadores	195.000	190.000
Exportaciones US\$	4.100	4.500
Empresas activas	496	488

Estos datos se pueden interpretar de más de una forma. Un titular de prensa decía así: “Las zonas francas bajan pero no se caen” (Hoy 16/1/2000). ¿Qué otros titulares se podrían poner a los datos anteriores?

En cuanto al **turismo** la República Dominicana en 1999 recibió 2,6 millones de visitantes, un 12,6% más que el año anterior, con lo que el país ingresó 2,4 miles de millones de dólares, un 14,9% más que en 1998<sup>8</sup>. El continente americano recibió en ese año 127 millones de turistas, siendo la tasa de crecimiento global de 3,8%.

## Zonas francas

El precio de los productos depende del precio de las materias primas, del valor de cambio del dólar, de la especulación, de los salarios, de la mano de obra, de la oferta y la demanda, entre otras cosas. Una comparación porcentual, tomando como referencia Francia, entre los salarios en los países del Norte y los del Sur es la siguiente<sup>9</sup>:

Francia	100
Taiwan	29.4
Túnez	12.6
Marruecos	11.1
Rep. Checa	7.3
Tailandia	6.9
Polonia	5.2
Rumania	3.8
Filipinas	2.1
Vietnam	2.1

Actualmente las principales áreas de nuevas inversiones donde se crean zonas francas son: Sudeste Asiático, Norte de África, China, Centroamérica y Caribe y los países del Este de Europa. Cada zona del Norte tiene sus preferencias por razones de proximidad geográfica, entre otras; lo son América Latina y el Caribe para Estados Unidos; Asia para Japón y Europa; el Norte de África y los países del Este europeo para la Unión Europea. Pero el ciclo productivo se reparte entre el Norte y el Sur: mientras en los países del Norte se hace el diseño del producto y la publicidad, en los del Sur se utiliza la mano de obra.

- ¿Cómo representarías gráficamente los datos anteriores, agrupando los países por zonas?
- Si la mano de obra de una camiseta fabricada en Francia son 10 francos, ¿cuál es el costo de la mano de obra de esa misma camiseta fabricada en Marruecos y en Filipinas?
- Investigar cuánto es el salario mínimo en las zonas francas de República Dominicana y compararlo con otros salarios.

<sup>8</sup> Fuente: Organización Mundial del Turismo

<sup>9</sup> Fuente: *Le Monde Diplomatique*, diciembre, 1993. Citado en: *Carta a un consumidor del Norte*. Centro Nuevo Modelo de Desarrollo. Acción Cultural Cristiana. Madrid, 1995, p. 83

## Gastos de elaboración y comercialización

El precio de un par de tenis de marca estadounidense y fabricados en el Sudeste asiático se distribuye más o menos así:

diseño	3.88 %
materias primas, transporte, almacén	29.35 %
salario obreros	0.18 %
publicidad	9.5 %
distribución	39.62 %
gastos administrativos	10.82 %
gastos financieros	0.45 %
tasas extranjero	0.95 %
dividendos	3.48 %
tesoro USA	1.77 %

Reflexione sobre los datos:

¿A qué se dedica la mayor partida? ¿Por qué?

¿Cuántas veces es mayor el costo de la publicidad que del salario?, ¿del diseño que del salario?

Si estos tenis se han fabricado en Taiwan, ¿en cuánto disminuiría su costo si se hubiesen fabricado en Filipinas?

En 1993 Nike ha gastado casi 90 millones de dólares en publicidad, de ellos el deportista Michael Jordan recibió 20 millones, lo que representa una suma superior al total de salarios pagados en un año a todas las trabajadoras indonesias que producen calzado para la firma Nike.

- ¿Qué porcentaje del gasto de publicidad ha recibido Michael Jordan?
- Si un par de tenis cuesta 500 pesos, ¿cuántos pesos corresponden a la mano de obra y cuántos a la publicidad?
- Rellena los huecos del párrafo siguiente para hacer una propuesta justa a la firma Nike:

*En 1993 Nike ha gastado casi 90 millones de dólares en publicidad, de ellos el deportista Michael Jordan recibió \_\_\_\_\_, lo que representa \_\_\_\_\_ del total de salarios pagados en un año a todas las trabajadoras indonesias que producen calzado para la firma Nike.*



## 4.5 El derecho a no ser manipulados

*“Los políticos no creerán que a los pobres les encanta comer promesas”  
Eduardo Galeano*

¿Se puede mentir con las cifras? Las cifras y las estadísticas se presentan con frecuencia para “mostrar” el lado objetivo de la realidad, aportar rigor al discurso y seriedad a las conclusiones.

En la prensa se ofrecen encuestas de opinión y datos estadísticos económicos y sociales. Los profesionales como agricultores, ingenieros, médicos, publicistas, empresarios, etc. manejan diversos tipos de datos numéricos sobre los pronósticos de las cosechas, la calidad de los materiales, la eficacia de los tratamientos, las ventajas o el precio de los productos de consumo, etc. En todos estos casos aparecen números en un contexto que se pueden comprender e interpretar. Por ejemplo no es lo mismo el 56% que decir que el “56% de la población dominicana vive en situación de pobreza”, lo que representa una proporción muy alta de la población.

Pero hemos de ser cautelosos y cautelosas antes los datos numéricos que nos presentan los informes, los medios de comunicación, la publicidad o los políticos. Por ejemplo, cuando la publicidad dice “9 de cada 10 fabricantes de lavadoras recomiendan tal detergente” lo que suele haber detrás de dicha afirmación es que 9 de cada 10 fabricantes de lavadoras consideran que la composición del detergente es adecuada para que la ropa salga bien limpia (aunque seguramente el agua quede contaminada por los productos que blanquean); cuando el partido que gobierna dice “el crecimiento económico de la RD ha sido el mayor del mundo” se está apoyando en una cifra macroeconómica que así lo indica, lo que no quiere decir que la RD alcance el mayor crecimiento en todos los indicadores económicos.

Por ello es necesario ejercer como ciudadanos y ciudadanas críticos ante los datos, sin dejarse manipular por los intereses de determinados grupos de poder que manejan cifras. Para ello hay que prestar atención a los siguientes aspectos de la información:

- **Quién** presenta los datos: la publicidad y la política son claramente tendenciosas; los medios de comunicación suelen tener preferencias ideológicas. Conocido esto hay que analizar los datos con espíritu crítico. Algunas organizaciones como asociaciones profesionales, o las dependientes de las Naciones Unidas (PNUD, UNICEF, FAO, ...) o determinadas ONG, suelen caracterizarse por la seriedad de sus datos.
- **Qué** datos se presentan, pues a veces estos reflejan sólo una parte de la realidad. No es lo mismo dar cifras absolutas o relativas; no es igual dar un porcentaje sobre un total de 100 personas que sobre un total de 1000; es importante saber dónde se concentran los datos (**medidas de centralización** como la media aritmética, la mediana o la moda) y que dispersión presentan (**medidas de dispersión** como la varianza o la desviación típica)

- **Cómo** se recogieron los datos. En caso de que se trate de una encuesta es importante conocer la ficha técnica, como veremos más adelante.

Las buenas estadísticas se basan en estudios bien planificados, están hechas con grandes poblaciones, utilizan muchos datos, seleccionan muestras representativas y contrastan los resultados.

Para la formación de ciudadanos y ciudadanas críticos ante las cifras se deben perseguir siguientes objetivos:

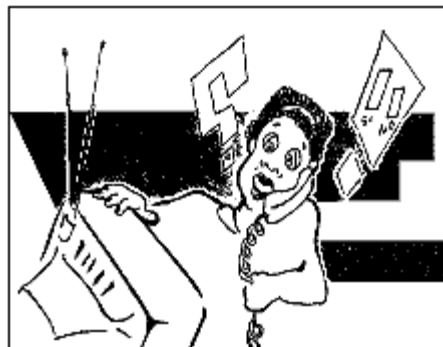
### OBJETIVOS

- *Identificar los tipos de datos que se presentan en las estadísticas (población, muestra, frecuencias absolutas y relativas, medidas de centralización, de dispersión, ...)*
- *Analizar de forma crítica datos estadísticos para evitar la manipulación mediante los mismos.*
- *Hacer propuestas alternativas o complementarias ante la interpretación de datos estadísticos.*

## ENCUESTAS

Las encuestas se utilizan frecuentemente para conocer las opiniones o la sensibilidad de la población en torno a diversos temas de mayor o menor trascendencia: personajes más importantes del siglo XX, desafíos que presenta el siglo XXI, preferencias políticas, etc. Cuando se dan los resultados, aunque no se haya preguntado a toda la población, se habla de los dominicanos, o los neoyorquinos, o los jóvenes en general, extendiendo lo que ha contestado una parte de esta población que sólo representa una proporción mínima. La credibilidad de los resultados dependerá de la seriedad de la empresa que hizo el trabajo y de la elección de la muestra.

A veces se hacen encuestas en radio o televisión en las que algunas personas deciden llamar a un número de teléfono y dar su opinión; también los periódicos hacen encuestas a las que responden los lectores por carta, por teléfono o por Internet. En estos casos la muestra se autoselecciona, esto es, sólo aquéllas personas que se sienten estimuladas por la pregunta contestan, lo que ya supone un sesgo o desviación en el conjunto de la población; no es pues una **muestra representativa**.



Por ejemplo, en una encuesta telefónica realizada en Estados Unidos<sup>10</sup> en la que había que contestar a la pregunta “Si tuviera que hacerlo otra vez, ¿tendría hijos?”, cerca del 70 % de las 10,000 personas que contestaron dijeron que “no”, acompañando sus respuestas de desgarradoras historias sobre las crueldades a que se vieron sometidas por sus hijos. Como reacción se encargó otra encuesta en la que se hizo una muestra aleatoria y sólo el 9 % de las personas encuestadas dijo que “no”.

¿Cómo se puede explicar esta diferencia? Las personas voluntarias no representan a una población sino a ellas mismas, por eso no proporcionan datos interesantes sobre lo que piensa esta población.

El mejor método de muestreo es aquél en que la muestra se selecciona al azar, teniendo en cuenta variables que pueden influir en la respuesta como por ejemplo, el ser hombre o mujer, el nivel de vida, el vivir en la ciudad, en el campo, o en un determinado sector de la ciudad, la edad, etc.

A continuación presentamos el caso de las encuestas de opinión, tan frecuentes en los medios de comunicación de la RD.

La **ficha técnica** de una encuesta da cuenta de cómo se ha hecho el trabajo. Como ejemplo tenemos dos encuestas publicadas el 4 de octubre de 1999 sobre las preferencias políticas de los dominicanos y dominicanas:

- Sexta Encuesta Nacional Hamilton & Staff (Hoy 4/10/99)
- Encuesta Nacional Gallup (Rumbo No.296, 4/10/99)

Sus resultados son bastante coincidentes. Reproducimos las respuestas a la pregunta “por qué candidato votaría” de entre los tres propuestos abajo:

	Gallup-Rumbo %	Hamilton %
Hipólito Mejía	47	46
Danilo Medina	23	23
Joaquín Balaguer	22	20
Otro	-	1
No sabe/no contesta	2	2
No marcó/no votó/Ninguno	6	7

Es importante verificar que los datos cuadran, esto es, que suman 100. En la de Hamilton suman 99 debido a los redondeos de los decimales.

En las mismas fechas Sigma Dos realizó otra encuesta auspiciada por Listín Diario en la que el PRD obtenía un 37.6% de los votos frente a un 28% el PLD.

<sup>10</sup> Citado en: L. A. STEEN (Ed.). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. Limusa, México, 1998

¿Qué significa la coincidencia o no de los resultados de las encuestas? Por un lado el alcance de estos resultados no es predecir lo que va a suceder sino mostrar el estado de opinión de la población en un momento determinado. Cuando las encuestas las promueven grupos independientes y las realizan empresas especializadas y serias en este tipo de trabajo, los resultados suelen ser fiables; si además coinciden los resultados de dos encuestas independientes, son aún más fiables. La divergencia invita a revisar la ficha técnica en la que a veces se omiten datos, como por ejemplo los relativos a los lugares concretos en los que se entrevistó a la gente, donde a veces predominan determinadas tendencias.

A continuación presentamos las fichas técnicas de las encuestas de Hamilton y Gallup:

## Ficha técnica Hamilton

La sexta encuesta nacional hecha por la firma norteamericana Hamilton Beattie & Staff levantó la información entre los ciudadanos y ciudadanas de todo el país entre el 17 y el 22 de septiembre de este año.

La muestra de entrevistados fue de mil personas, hombres y mujeres, que en mayo de 2000 tendrán oportunidad de votar en las elecciones nacionales. La muestra fue aplicada en las cinco regiones que, para los fines de este estudio, fue dividido el país: el Distrito Nacional, el Norte, el Sur, el Este y Santiago.

El número de entrevistas aplicado en cada una de estas cinco regiones o demarcaciones geográficas se correspondió con la proporción de la población adulta residente en cada zona.

En función de edades, los entrevistados están divididos en grupos que van de 17 a 29 años, de 30 a 39, de 40 a 59, y de 60 años en adelante.

Otros factores tomados en cuenta en la selección de la muestra de los entrevistados son las profesiones y oficios, los grupos sociales en que está dividida la población votante del país y el lugar donde residen los ciudadanos.

El margen de error de la encuesta es de más o menos 3.5 puntos porcentuales.

La firma encuestadora Hamilton Beattie & Staff, ampliamente conocida en los Estados Unidos, tiene su domicilio en el 4201 Connecticut Avenue, NW, Suite 212, en Washintong, DC 20008, en Estados Unidos de norteamérica.

El fundador de esta empresa encuestadora, la Hamilton Beattie & Staff, el señor Bill Hamilton, es reconocido ampliamente como uno de los pioneros en las investigaciones con el sector de opinión pública. En la República Dominicana lleva trabajando más de 10 años, y esta es la sexta encuesta que hace de manera exclusiva para este diario.

Periódico Hoy, lunes 4 de octubre de 1999

## Ficha técnica Gallup

La población o universo de la muestra de la encuesta nacional, está constituido por el segmento de la población dominicana de ambos sexos con 18 años y más edad.

El marco muestral fue estructurado a partir de una lista computarizada de la Junta Central Electoral con la población votante, en la provincia y el municipio (actualizada al mes de diciembre de 1995), complementándose respecto a las secciones y parajes o barrios, en las zonas rural y urbana, con los datos de población del censo de 1993 proporcionados por la Oficina Nacional de Estadísticas (ONE).

En total fueron seleccionados 100 lugares separados de entrevistas (puntos muestrales o "spots"), distribuidos nacionalmente. En cada municipio, los puntos muestrales fueron seleccionados de tal manera que cada comunidad de la provincia tuvo una oportunidad de salir en la muestra, con un número proporcional al tamaño de su población, técnicamente conocida como "muestra de probabilidad proporcional".

Las comunidades se ordenaron de acuerdo al tamaño de su población, y se seleccionaron aleatoriamente los parajes y barrios donde los encuestadores aplicarían las entrevistas.

Las personas entrevistadas fueron seleccionadas siguiendo el método aleatorio, escogiéndose un informante por cada hogar seleccionado según un procedimiento de alternación sistemática de edad y sexo, de tal manera que quedara garantizada la representatividad de la muestra general.

La muestra es nacionalmente representativa, con un error muestral de más o menos 2.9%, y un nivel de seguridad del 95%. El grado de error para cada región, así como para cualquier partición de los datos por grupo de edad, sexo, partido, etc., aumenta en virtud de la reducción del número de casos de las categorías y subcategorías.

### **Aplicación de las entrevistas**

Para conducir las entrevistas se emplearon cinco equipos de cuatro (4) entrevistadores y un (1) supervisor para cada uno –controlados por un personal de amplia experiencia y capacidad técnica-, seleccionados y entrenados cuidadosamente. El trabajo de campo fue realizado durante un período de 7 días, entre el 9 y el 13 de septiembre de 1999. En general, se puede decir que los entrevistados estaban interesados en responder a nuestros entrevistadores, por lo que el nivel de rechazo careció de relevancia estadística.

A todas las personas entrevistadas se les aseguró su identidad personal y puntos de vista serían totalmente confidenciales. Para minimizar la casualidad de obtener una muestra con una baja representatividad de personas adultas de ambos sexos que trabajan fuera del hogar, las entrevistas fueron cuidadosamente aplicadas en diferentes horarios del día (incluyendo horas de la noche y tempranas de la mañana), y en días laborables y fines de semana.

Revista Rumbo, lunes 4 de Octubre de 1999

Para compararlas se puede extraer de ellas las informaciones que se piden en la tabla de abajo (quiénes, cómo, dónde y cuándo):

	Gallup-Rumbo	Hamilton-Hoy
Fechas de realización de la encuesta		
Tamaño de la muestra		
Criterios de selección de la muestra		
Regiones donde se hizo		
Lugares en que se entrevistó		
Momentos en que se entrevistó		
Margen de error		

¿Cuál de ellas informa con más claridad del proceso que se ha seguido?

¿Qué otras informaciones le parecería importante que se incluyeran en la ficha técnica? ¿Por qué?



## 4.6 El derecho a una información veraz, a la libertad de expresión y de opinión

*“La comunicación no será un negocio porque es un derecho humano”  
Eduardo Galeano*

¿Podemos confiar en la informaciones que nos ofrecen los medios de comunicación? Unos de los rasgos que definen nuestra sociedad es la producción diaria de gran cantidad de información a la que se puede acceder gracias al desarrollo de nuevos medios de comunicación más baratos y más rápidos, por eso se habla de "la sociedad de la información". También es cierto que no todos los ciudadanos y ciudadanas del planeta tienen las mismas posibilidades de acceso a la información, pues la quinta parte más rica de la humanidad dispone de muchos más medios para acceder a ella y a menos precio<sup>11</sup>. Por tanto uno de los retos de la educación es formar ciudadanos/as que, a la vez que sepan seleccionar la información atendiendo a su pertinencia y calidad, la comprendan e interpreten críticamente.

Los distintos medios de comunicación, incluido Internet, nos presentan cada día datos cuantitativos y gráficos estadísticos para informarnos de la realidad. Encontramos números naturales, decimales, fracciones, porcentajes,... También tablas, gráficos en forma de barra, pictogramas, diagramas de sectores, etc. Por otra parte abundan las expresiones en las que se utilizan conceptos matemáticos, sobre todo las que se refieren a la evolución de fenómenos, a las tendencias previsible, etc. Por ello cada vez es más necesario educar y formar ciudadanos y ciudadanas que comprendan de forma crítica los mensajes de tipo cuantitativo y las formas de expresión matemática que nos transmiten los medios de comunicación, ya que a veces las informaciones nos muestran una visión sesgada de la realidad, o sólo una parte de ella, escondiendo en algunos casos datos complementarios que darían una imagen más aproximada y verídica de la misma.

Es importante conocer **la utilización y el papel del número en las informaciones**, esto es, cómo se expresan los datos cuantitativos (valores absolutos o relativos, porcentajes, tasas de crecimiento o de decrecimiento, cotas superiores o inferiores, etc.) y cuál es la función de los mismos (dar una percepción de un acontecimiento, por ejemplo el número de participantes en una manifestación; servir de base a una información, por ejemplo una encuesta; explicar datos, por ejemplo la evolución del número de personas por debajo del umbral de la pobreza; dar una imagen, por ejemplo el premio de la lotería, etc.); la "ley de aproximación" en los medios de comunicación o estimación de cantidades por exceso o por defecto, según convenga para la impresión que se quiera dar.

También **el lenguaje de las funciones en la prensa**, esto es, los conceptos relacionados con funciones de una o varias variables (evolución del número de desempleados o de la tasa de inflación), los enunciados, tablas y representación gráfica de funciones.

---

<sup>11</sup> En 1998 el 20% más rico de la población del planeta representaban el 93.3 % de los usuarios de Internet, según el Informe de Desarrollo Humano del PMJD de 1999.



Por último **la imagen y el soporte visual de la noticia**, esto es, qué añaden las representaciones gráficas como diagramas de barras o de sectores, pictogramas, etc. a la noticia, cuáles son sus elementos y qué errores se pueden deslizar, a veces de modo intencionado (escala de los ejes, origen, uso de la escala en los pictogramas, etc.), que dan una impresión falsa del acontecimiento.

Algunos **objetivos** que se pueden trabajar son los siguientes:

### OBJETIVOS

- *Identificar y comprender distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, geométrica, lógica, algebraica, probabilística) que utiliza el lenguaje de los medios de comunicación.*
- *Analizar críticamente los elementos matemáticos (datos estadísticos, gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, develando la función que desempeñan y su aporte para la comprensión de los mensajes.*
- *Elaborar informaciones alternativas y complementarias a las que nos ofrecen los medios de comunicación.*

A continuación presentamos una noticia de prensa escrita<sup>12</sup> y una guía para trabajarla.



"Las medidas internacionales adoptadas para responder a las crisis no se han preocupado tanto de regular mejor a los prestamistas como de disciplinar a los prestatarios". Para los países deudores, esas medidas se han traducido en "una caída dramática de los niveles de vida y un aumento de la pobreza". Enfatizó el PNUD.

### ESTADOS UNIDOS

#### PNUD : crece la pobreza en AL

NUEVA YORK, (AFP) - El número de pobres .ha aumentado en América Latina, indica el informe sobre la pobreza del Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), que nota que el crecimiento económico registrado en la región en los años 90 no fue acompañado de una disminución de la pobreza.

El informe anual del PNUD sobre la pobreza en el mundo, divulgado el viernes en Nueva York, subraya "la gran desigualdad" que sigue prevaleciendo en Latinoamérica.

Sólo muy pocos países, entre ellos Chile, Colombia y Costa Rica, lograron crecer económicamente al tiempo que redujeron sustancialmente los niveles de pobreza durante un período de tiempo prolongado, indica la investigación, realizada desde 1989 en 15 países de Latinoamérica y el Caribe.

El estudio del PNUD concluyó que en "América Latina se registró una clara relación inversa entre crecimiento económico y pobreza", que la mayoría de pobres sigue concentrándose en las zonas rurales, y que una fuerte desigualdad sigue caracterizando a la región.

<sup>12</sup> Periódico Hoy, viernes 16 de octubre del 1998

El informe reportó el fuerte aumento en el porcentaje de pobres en Perú (que pasó de 26 al 34% entre 1986 y 1996), en Nicaragua, Paraguay, Ecuador, República Dominicana y en Argentina.

En este último país, "una depresión de los salarios reales desencadenó una desigualdad incluso mayor, hasta el punto que el crecimiento del ingreso promedio per cápita fue acompañado de un recrudecimiento de la pobreza", que pasó del 7 al 19% de la población, precisó.

En aquellos países donde se ha observado una reducción de la pobreza-tales como Chile, donde cayó del 22% al 9% entre 1987 y 1994, ello se debe más a la recuperación económica que a los progresos en la distribución del ingreso, afirma el estudio.

El PNUD nota los países donde se ha registrado una baja en los niveles de la pobreza: Bolivia, donde bajó del 52% al 45% entre 1990 y 1994, México, donde pasó del 33 al 31 %, Brasil, donde el porcentaje de pobres bajó levemente, del 47% al ~43% entre 1989 y 1995, y Colombia, donde la baja fue del 23% en 1988 al 15% en 1995.

## Análisis de la noticia

### OBJETIVOS

- *Comprender críticamente la información económica que aparece en la noticia.*
- *Analizar a quiénes beneficia y a quiénes perjudica la información económica que se expone en la noticia, así como la repercusión en la vida personal, en el entorno más cercano y en otros contextos.*
- *Asumir una posición activa como ciudadano/a ante dicha información.*

### Cómo se inserta esta actividad en el proceso educativo:

No se trata de una actividad puntual sin relación con el proceso educativo; por el contrario, se debe articular dentro del mismo, por ejemplo porque se trabaje la prensa escrita desde una óptica interdisciplinar o porque se inserte en una temática como la economía o la desigualdad mundial.

A partir de esta noticia se pueden analizar otras relacionadas con ella y complementar o contrastar la información, por ejemplo la que se reproduce al final: "Es alta concentración de ingreso en R.D".

## GUIA DE TRABAJO<sup>3</sup>

### 1. Observación:

Identificar los siguientes elementos de la noticia:

- diario, fecha, sección, página, lugar en la página
- fuente de la noticia
- titular: tamaño, color, estructura sintáctica, aspecto que destaca, diagramación
- texto: extensión
- imagen: tamaño, qué se destaca, relación con el escrito

<sup>13</sup> Esta guía se ha elaborado a partir de: "La noticia escrita: su aplicación al aprendizaje de la lengua materna". GUEVARA, Nicolás. Maestros/as: Prácticas y Cambio. Centro Poveda. Octubre 1994, No. 9, pp. 1-6.

**2. Identificar claves de sentido**

<b>Texto:</b>	
- Qué acontecimiento:	Informe del PNUD sobre la pobreza en AL
- Quiénes intervienen:	América Latina; países de Latinoamérica y el Caribe; Chile, Colombia, Costa Rica, Perú, Nicaragua, Paraguay, Ecuador, República Dominicana, Argentina, Bolivia, México, Brasil, Colombia
- Cuándo ocurre:	Estudio 1989- 1998 Presentación del informe: viernes pasado
- Dónde sucede:	Pobreza: América Latina Presentación del informe: Nueva York
- Por qué ocurre	No se especifican las causas, salvo un dato de Argentina (depresión de los salarios reales) y Chile (recuperación económica)
- Conceptos clave:	crecimiento económico nivel de pobreza desigualdad porcentaje relación inversa
<b>Imagen:</b>	

- Qué:	En qué gasta el mundo
- Quién:	Mundo, Europa, EE.UU.
-Cuándo:	No se sabe
- Dónde:	Mundo, Europa, EE.UU.
- Por qué:	No se sabe
- Conceptos clave:	Gastos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación gráfica: semicírculos (comparación de áreas) lo que da una imagen falsa al comparar los valores, ya que el valor está representado por el radio y lo que destaca la imagen es el área, que no crece en la misma escala que el radio sino que queda multiplicada por el cuadrado de dicha escala.</li> <li>• Relación entre texto y gráfico: no se explicita. Se puede inferir que los gastos superfluos en Europa y Estados Unidos son causa de la pobreza en América Latina.</li> </ul>	

**3. Profundización para adquirir un determinado nivel de apropiación, posibilitando profundizar en detalles que nos llevará a asumir una posición activa como ciudadanas y como ciudadanos:**

- Analizar en qué se evidencia en mi vida, en mi comunidad, en mi barrio, esta noticia. (La noticia es de agencia y viene de Nueva York. En ella se hace una alusión a República Dominicana clasificando este país entre los que hubo un fuerte aumento de pobres, pero no se detiene en su situación).
- Profundizar en las causas buscando otros datos, bien de la prensa, bien de informes económicos.
- Plantearse qué se puede hacer.
- Reflexionar sobre lo que se ha aprendido y para qué puede servir.

Elaborar otras producciones a partir de esta noticia: gráficos, murales, noticias, etc.

## ANÁLISIS DE UNA NOTICIA

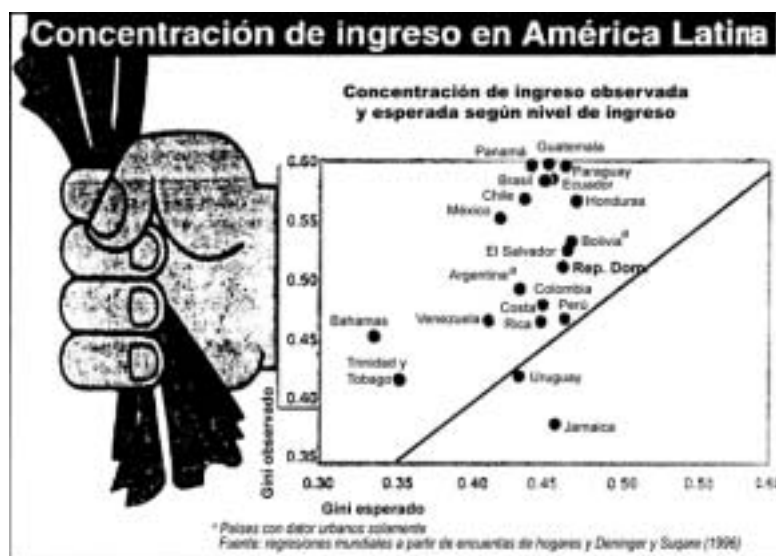
Analizar con el esquema anterior la noticia siguiente (Hoy, 4-12-98. Sección de Economía)

# Es alta concentración del ingreso en RD

República Dominicana se encuentra entre los países de América Latina que ocupan el segundo lugar por la alta concentración del ingreso, con el agravante de que podría pasar a formar parte del grupo de países que se espera ocupen el primer lugar en el futuro.

Según un estudio del Banco Interamericano de Desarrollo (BID), basado en lo que se conoce como el coeficiente de Gini, el nivel de concentración del ingreso en el país se acerca al promedio de la región de América Latina, que es de 0.52.

El índice de Gini mide qué tanto se distancia la distribución efectiva de este patrón en el cual los ingresos se distribuirían de forma totalmente equitativa, lo cual implicaría que cada persona reciba la misma proporción del ingreso. Los más altos índices de concentración en la región lo ocupan actualmente, Panamá, Guatemala, Brasil, Chile, Ecuador, México y Paraguay.



También El Salvador y Bolivia están por encima de la República Dominicana, mientras que con un más bajo índice de concentración están Argentina, Colombia, Perú, Venezuela, Costa Rica, Bahamas y Uruguay y Trinidad y Tobago. El país con más bajo nivel de concentración del ingreso en la región es Jamaica, según el estudio.

De acuerdo al estudio, América Latina sobresale entre todas las regiones del mundo por su elevada iniquidad.

De acuerdo al estudio, la distribución del ingreso no ha mejorado en la región durante la década de los 90 y, "según lo sugiere la evidencia fragmentaria que puede recogerse para períodos anteriores, se encuentra en niveles tan elevados como hace dos décadas". Se indica que, a pesar de las reformas económicas, que han logrado enfrentar o erradicar la inflación y mejorado el funcionamiento de los mercados, "la concentración prácticamente no ha cambiado".



## 4.7 El derecho a no poner la dicha en juego

*“Se incorporará a los códigos penales el delito de estupidez que cometen quienes viven por tener o por ganar”*

*Eduardo Galeano*

¿Por qué en República Dominicana 22 de cada 100 adultos dedican parte de sus recursos económicos al juego? Son muchas las personas que en este país juegan con frecuencia para mejorar su situación económica. Si a otros le tocó, ¿por qué no a mí?, es la pregunta que les anima a gastar algún dinero. Aunque saben que son más los perdedores que los ganadores, confían en ser del segundo grupo.

De ese 22% un 23.4% es pobre y un 30.5% reside en la zona rural. En cuanto al género, 25 de cada 100 hombres y 19 de cada 100 mujeres juegan. Se calcula que los juegos de azar pueden movilizar en el año 2000 unos 4,500 millones de pesos<sup>14</sup>.

Los juegos y los adictos proliferan en todo el territorio nacional: apuestas con gallos, juegos de caballo, bancas de apuestas de béisbol y de billar, juegos electrónicos con máquinas tragamonedas, bingos, juegos de dados, vironai, palé, caraquitas, rifas de aguante, apuestas con ruletas, ... además de los de la Lotería Nacional “con transparencia total... para beneficio del pueblo”, como juegos de billetes, quinielas y fracatán.



El fenómeno de la globalización ha llegado también a los juegos, pues se puede apostar al béisbol de las grandes ligas o a la “caraquita” o lotería de Zulia en Venezuela, que se transmite diariamente por radio.

En los juegos de azar los números ganadores son inciertos, pero cuando un sorteo se realiza muchas veces estos números se repiten según un patrón regular. Este tipo de fenómenos se llama **aleatorios**. Hay un determinado orden en la incertidumbre que resulta difícil de observar. Por ejemplo, la lotería nacional, que es familiar a muchas personas, ofrece una experiencia limitada sobre el orden que encierra la aleatoriedad debido al énfasis de la publicidad en los premios y en los ganadores, dando la impresión de que es relativamente fácil hacerse rico. Además, nuestra intuición del azar contradice las leyes de la probabilidad.

En los juegos quien siempre gana es quien los organiza o “banca”, por eso la Lotería Nacional nunca será privatizada, ya que supone unos buenos ingresos para la hacienda pública.

<sup>14</sup> Datos estadísticos de la Encuesta Hamilton Gallup Hoy, realizada entre el 14 y el 20 de septiembre de 1999.

Proponemos como **objetivos** para la formación de ciudadanos y ciudadanas:

**OBJETIVOS**

- *Proporcionar conocimientos sobre las leyes del azar y de la probabilidad con objeto de desmitificar los juegos de azar.*
- *Desarrollar una clara conciencia de que los juegos de azar en que interviene el dinero han sido diseñados para que gane “la banca” y pierda el jugador.*

**PROBABILIDAD DE GANAR**

En los juegos de azar hay que tener en cuenta la probabilidad de ganar. Por ejemplo:

- si tira un dado la probabilidad de sacar un 5 es  $\frac{1}{6} = 0.1666\dots$

- si saca una carta de una baraja de 48 cartas, la probabilidad de que sea un as de corazones es:

$$\frac{1}{48} = 0.020833\dots$$

- si compra un billete de la Lotería Nacional, como hay 26,000 números, la probabilidad de sacar el primer premio es:

$$\frac{1}{26,000} = 0.00003846\dots$$

La teoría de la probabilidad dice que si usted tira muchas veces un dado que no esté trucado y va anotando las frecuencias con que sale un número, por ejemplo el 5, el cociente de las veces que salió el 5 entre el número de tiradas se aproxima a 1/6. Lo mismo podríamos decir de la extracción de cartas o de la Lotería.

Si usted juega al fracatán de la Lotería Nacional (Lotto Quiz), las posibles combinaciones de números son muchas: en el Juego de los Números son 14 posibles números (del 0 al 13) para cada uno de los cinco números que hay que acertar, por tanto:

$14 \times 14 \times 14 \times 14 \times 14 = 537,824$  posibles combinaciones, en el Círculo de la Suerte son 15 números (del 0 al 14) para cada uno de los cinco números, por tanto:

$15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 = 759,375$  posibles combinaciones en la gran rueda son 100 números para cada uno de los tres números:

$100 \times 100 \times 100 = 1,000,000$  posibles combinaciones.



Las posibilidades de ganar una suma que “saque de apuros” jugando al fracaán son pocas. Algunos recuperan sus 10 pesos con dos aciertos del juego de los números o del círculo de la suerte; otros ganan en el juego instantáneo.

Cuando se eligen los números con los que se va a jugar, hay ciertas preferencias entre los jugadores, números “buenos” y “malos”. Por ejemplo si se seleccionan cinco números para una jugada de Lotto Pool:

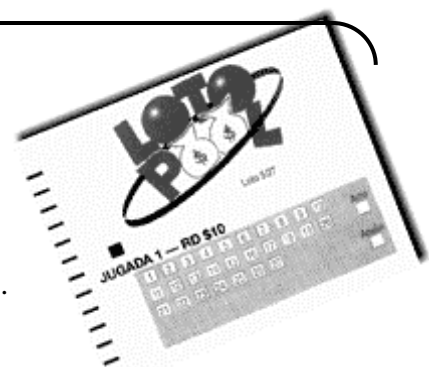
- los números que salieron ayer no se eligen porque se considera que es más probable que salgan otros, sin embargo el azar no tiene memoria;
- no se elige el 5, 10, 15, 20 y 25 porque sería demasiada casualidad que los números fuesen de cinco en cinco;
- ni tampoco el 1, 2, 3, 4, 5 porque son consecutivos;
- pero quizá si el 3, 7, 15, 21 y 27 porque son días importantes en mi vida.

Cuando un sorteo se hace con transparencia, sin trampas, todos los números tienen las mismas posibilidades de salir, de repetirse, de tener cifras iguales o diferentes.

## ESPERANZA DE GANAR

### Lotto Pool una jugada

Hasta ahora no hemos hablado de premios. Si usted organiza un juego tiene que hacer cálculos para que los premios resulten atractivos, juegue mucha gente y usted pueda ganar dinero.



Por ejemplo, si usted organiza el siguiente juego:

#### Juego 1

- Tirar un dado. Si sale el número 6 ofrece al jugador 100 pesos, si no recibe 10 pesos. Como la probabilidad de sacar un seis es  $1/6$  y de que no salga  $5/6$ , la esperanza de este juego es:

$$100 \times \frac{1}{6} - 10 \times \frac{5}{6} = 8,333\dots$$

Esto quiere decir que la cantidad promedio que se gana por juego es 8,333..., o sea, que el organizador se arruinaría.

En cambio si lo hace de esta otra manera:

#### Juego 2

- Tirar un dado, si sale un 6 ofrece al jugador 100 pesos, si no sale el número 6 el jugador pierde 30 pesos. La esperanza de este juego es:

$$100 \times \frac{1}{6} - 30 \times \frac{5}{6} = 8,333\dots$$

lo que quiere decir que el organizador tiene una ganancia promedio por juego de 8,333... pesos.



Pero, ¿ocurre esto en la práctica? Si alguien juega diez veces el segundo juego, el resultado anterior no quiere decir que va a perder 8,333... pesos en cada jugada. Pero si juega muchas veces y va calculando las ganancias o pérdidas medias globales, los promedios reales tenderán a la “esperanza matemática”.

Por ejemplo, en el juego anterior puede suceder que un día salgan muchos seis y la banca pierda, pero a la larga la banca ganará; los apostantes colectivamente siempre pierden; su pérdida global es la ganancia de los organizadores del juego.

**La esperanza matemática se calcula restándole al producto de la ganancia por la probabilidad de ganar, el producto de la pérdida por la probabilidad de perder.**

Tal como hemos visto los juegos no sacan de apuros económicos porque a la larga quien juega pierde.

Moraleja: si quiere ganar, invente un juego y sea la banca.



### Tirando los dados

Imagine el siguiente juego:

Se tiran dos dados. Si sale un seis en cada dado al lanzarlos se gana 20 pesos, si sale un solo seis gana 10 pesos; si no sale ningún seis pierde 10 pesos.

**¿Cuál es la esperanza de este juego?**

### Girando la ruleta

Una ruleta tiene 25 números y hay 5 números con premios de 100 pesos.  
La apuesta cuesta 20 pesos.

**¿Cuál es la esperanza de este juego?**

### El debate

Organizar un debate sobre la siguiente pregunta, argumentando lo que se piensa con datos:

- **¿Cree que los juegos de azar son una buena salida para escapar de una situación de pobreza?**

Se puede contestar desde dos posiciones: la de los jugadores y la de los que organizan los juegos, entre ellos el Estado.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- ALSINA, C. (1998). *Contar bien para vivir mejor*. Rubes. Barcelona
- ALSINA, C y J. M. FORTUNY. (1994). *La matemática del consumidor*. Institut Català del Consum, Proyecto Sur de Ediciones, Gobierno de Navarra. Granada
- CALLEJO, M. L. (1998). *Un Club matemático para la diversidad*. Col.: Secundaria para todos. Narcea, Madrid, 3ª edición.
- CALLEJO, M.L. (2000) “Educar para la ciudadanía. Una mirada desde las matemáticas y desde Latinoamérica”. Cuadernos de Pedagogía, No.289, pp.38-41
- GUZMÁN, M. DE (1988). *Aventuras matemáticas*. Labor, Barcelona
- HENRÍQUEZ. A., M. VILLAMÁN y J. ZÁITER (1999). *Sistematización. Reflexión del equipo del Centro Poveda*. Col. Alternativas nº 2. Centro Poveda. Santo Domingo, 2ª edición
- HENRÍQUEZ, A., D. GARCÍA y A. R. ACOSTA (1998). *El currículo a debate*. Cuadernos de Sociedad y Educación 9. Centro Poveda, Santo Domingo
- MASON, J., L. BURTON y K. STACEY (1992). *Pensar matemáticamente*. MEC- Labor, Barcelona
- MEDRANO, A. y A. T. VALERIO (1995). *Ensalada de frutas: Una experiencia alternativa de aprendizaje-enseñanza realizada en 3er grado*. Cuadernos de Sociedad y Educación 8. Centro Poveda, Santo Domingo
- SANTOYO, L. A. (1993). *Hacia una nueva metodología de la enseñanza de las matemáticas*. Cuadernos de Sociedad y Educación 1. Centro Poveda, Santo Domingo
- STACEY, K. y S. GROVES (1999). *Resolver problemas. Estrategias*. Narcea, Madrid
- STEEN, L. A. (Ed.)(1998). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. Limusa, México

### **Reflexiones sobre la situación mundial:**

- Bajo el mismo techo*. Hegoa- Mugarik Gabe Nafarroa. Navarra, 1996.
- Carta a un consumidor del Norte*. Centro Nuevo Modelo de Desarrollo. Acción Cultural Cristiana. Madrid, 1995.
- Sur-Norte. Nuevas alianzas para la dignidad del trabajo*. Centro Nuevo Modelo de Desarrollo. Acción Cultural Cristiana. Salamanca, 1995.
- Sobre la piel de los niños*. Centro Nuevo Modelo de Desarrollo. Acción Cultural Cristiana. Salamanca, 1995.

**Informes:**

ENDESA 96: *Encuesta Demográfica y de Salud 1996*. CESDEM, PROFAMILIA, ONAPLAN, DHS. Santo Domingo, 1997

ONAPLAN. *Focalización de la pobreza en República Dominicana*. Santo Domingo, 1997

CASTELLANOS, P. L. y E. GÓMEZ (Coord.) *La situación de salud en República Dominicana 1996*. Organización Panamericana de Salud, Santo Domingo, 1997

PNUD : *Informe de Desarrollo Humano 1999*. Mundi-Prensa, Madrid, 1999

SISTEMA DE LAS NACIONES UNIDAS (1999). *La República Dominicana, 1998. Visión del Sistema de las Naciones Unidas sobre la Situación del País desde la Perspectiva de los Derechos Humanos*. Santo Domingo, octubre 1999

**Páginas WEB:**

*Tormentas tropicales desde 1994:*

<http://weather.unisys.com/hurricane/atlantic>

*Informaciones Relacionadas con el Comercio Justo, el Consumo Responsable y la Ecología:*

<http://www.nodo50.org/home.thm>

*Organismos nacionales:*

Oficina Nacional de Estadística (ONE):

<http://www.estadistica.gov.do>

Presidencia de la República Dominicana:

<http://www.presidencia.gov.do>

Banco Central de la República Dominicana:

<http://www.bancentral.gov.do>

*Organismos internacionales:*

Comisión Económica para América Latina y el Caribe:

<http://www.eclac.cl>

Banco Mundial (BM):

<http://www.bancomundial.org>

Fondo Monetario Internacional (FMI):

<http://www.imf.org>

Banco Interamericano de Desarrollo (BID):

[http://www.iadb.org/exr/espanol/index\\_espanol.htm](http://www.iadb.org/exr/espanol/index_espanol.htm)

**EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y CIUDADANÍA: PROPUESTAS DESDE LOS DERECHOS HUMANOS**

de *María Luz Callejo de la vega*, es el primero de la serie de síntesis básicas que entregaremos como parte del proyecto de "Formación de Maestras y Maestros en Derechos Humanos." En él se especifica una propuesta concreta de educación matemática, dirigida, en primer lugar, al maestro y la maestra dominicanos. En sus manos este libro puede convertirse en una herramienta clave para volver a pensar la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas desde nuestra realidad y actualidad. Se trata de una propuesta profunda y por eso mismo radical, académicamente solvente, para reconducir la educación matemática en función de un planteamiento amplio e interdisciplinar que parte de un compromiso éticosocial. Proporciona un nuevo punto de partida para la educación matemática. Propone aproximarse a la educación matemática desde lo concreto, desde las necesidades de la persona humana, desde sus aspiraciones y problemas cotidianos. Por esta vía se vincula con la construcción de ciudadanía que incorpora el desarrollo de los derechos humanos, para construir una democracia que trascienda sus aspectos meramente formales. Así tendremos una educación matemática que responde a las aspiraciones de justicia de las mayorías y contribuye a fomentar una cultura de paz y solidaridad.

La autora pertenece al área de matemáticas del Centro Poveda y es docente e investigadora del IEPS (España).